

# RENDICONTI

## DELLE SEDUTE

### DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

**Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.**

*Seduta del 17 gennaio 1904.*

P. VILLARI, Presidente.

#### MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

**Parassitologia.** — *Ricerche preliminari dirette a precisare la causa del gozzo e del cretinismo endemici.* Seconda Nota del Socio B. GRASSI e del dott. L. MUNARON <sup>(1)</sup>.

Grazie agli aiuti che ci furono concessi, tra i quali dobbiamo qui segnalare in modo speciale quello accordatoci dalla R. Accademia dei Lincei sul fondo Santoro, abbiamo potuto continuare quella serie di ricerche preliminari dirette a precisare la causa del gozzo e del cretinismo endemici, di cui abbiamo già dato un resoconto nella seduta del 21 giugno 1903 <sup>(2)</sup>.

Le ricerche che qui comunichiamo in parte si riferiscono ad osservazioni comparative tra le varie località infette dalla malattia in discorso, in parte sono di natura sperimentale.

#### I.

1. Le osservazioni comparative ci hanno condotto a questo risultato: che il gozzo e il cretinismo endemici si incontrano esclusivamente in plaghe dove non mancano terreni permanentemente umidi, per quanto non necessariamente molto estesi. La permanenza dell'umidità implica la presenza di acque

(1) Presentata nella seduta del 3 gennaio 1904.

(2) A pag. 482 leggesi il 16 aprile invece dell'11 aprile.



superficiali o sotterranee, più o meno correnti, o rinnovantisi. Non è vera però la proposizione inversa, cioè che in terreni permanentemente umidi vi siano costantemente gozzo e cretinismo. In complesso, sotto questo punto di vista, tali endemie si comportano come la malaria: là dove esse regnano, non mancano le condizioni favorevoli allo sviluppo degli anofeli, appunto perchè nei terreni permanentemente umidi si formano facilmente ristagni d'acqua, ricchi di vegetazione palustre.

A dimostrazione di questa tesi abbiamo raccolto molti fatti: in modo speciale abbiamo fissato la nostra attenzione su Rovellasca (Como), località immune da gozzo e cretinismo, la quale appunto aveva condotto uno di noi a ritenere malariferi gli anofeli perchè quivi mancavano, mentre si trovavano abbondantissimi a Locate-Triulzi. Un altro fatto molto importante ci è stato comunicato dal dott. Venanzio di Milano. Egli ha richiamato la nostra attenzione sulla circostanza da lui verificata, che a Desio vi sono molti casi di gozzo che mancano invece nel vicino borgo di Seregno, fatto singolare non attribuibile certamente all'acqua potabile. Orbene a Seregno non esistono terreni permanentemente umidi, mentre non mancano prati irrigui a Desio.

Il Saint-Lager nei suoi studi ha dedicato un capitolo speciale alla dimostrazione di una tesi contraria alla nostra, cioè che « l'umidità dell'aria e del suolo non è la causa del gozzo endemico ». Il Saint-Lager non distingue l'umidità dell'aria da quella del suolo e perciò la dimostrazione della sua tesi gli riesce facile. Egli cita contrade umide dove le due endemie mancano, e su ciò non abbiamo nulla da osservare; aggiunge poi una serie di esempi di contrade dove il gozzo è endemico, malgrado la secchezza dell'aria e del suolo. Questi esempi ce ne richiamano alla mente altri simili portati a suo tempo a sostegno della pretesa che potessero esistere località malariche senza Anofeli, appunto perchè asciutte. Come nel caso della malaria si è dimostrato con esame ulteriore che in ciascuna di quelle località ritenute asciutte esistevano raccolte d'acqua sufficienti per lo sviluppo degli Anofeli, così per il gozzo e cretinismo endemici, per quanto le notizie da noi raccolte finora siano incomplete, riteniamo possa valere una spiegazione analoga, vale a dire che nelle località coll'aria asciutta, e con piogge scarsissime, e pur tuttavia infestate dal gozzo, si devono riscontrare tratti, sia pure limitati, di terreno umido permanentemente.

## 2. Altre osservazioni comparative riguardano le acque potabili.

Vengono riportati nella letteratura numerosi esempi di riduzione e perfino di scomparsa del gozzo e del cretinismo, seguite al cambiamento dell'acqua potabile; non mancano però osservazioni che sembrano togliere ad essi ogni valore dimostrativo. Noi stessi abbiamo constatato che ad Albosaggia — vicino a Sondrio — l'epidemia di gozzo è diminuita grandemente senza che questo fatto possa essere messo in rapporto col cambiamento dell'acqua potabile.



II.

Passiamo ora agli esperimenti.

1. Nella precedente Nota riportavamo parecchi casi nei quali abbiamo verificato la riduzione spontanea del gozzo in cani trasportati in località, dove il gozzo non è endemico.

L'autopsia però ci ha appreso che perfino dopo otto mesi restava ancora un lieve ingrossamento della tiroide, non ostante che questo ingrossamento, all'epoca del trasporto dei cani dal luogo infetto al luogo sano, fosse non considerevole, di data recente e in alcuni certamente non ereditario.

2. Nella precedente Nota riferivamo anche il tentativo di propagare il gozzo a sei cuccioli, innestando loro nel parenchima della tiroide raschiatura di tiroide proveniente da cuccioli diventati di recente gozzuti. L'osservazione è stata continuata per tutto l'estate; in nessun caso si ebbe ingrossamento della tiroide.

3. Il 5 dicembre 1903 abbiamo innestato a tre cuccioli al collo sulla linea mediana una porzione di tiroide ingrossata di recente, tolta da un cucciolo di Cogne. A due altri cuccioli nello stesso giorno abbiamo innestato nello stesso punto porzione dell'ipofisi del medesimo cucciolo di Cogne. A questi due cuccioli il 20 dicembre abbiamo ripetuto l'innesto di porzioni di ipofisi di un cucciolo di Cedrasco colla tiroide ingrossata. A tutti e cinque i cuccioli in discorso abbiamo fatto mangiare feccia tolta da vari punti dell'intestino di questo cucciolo di Cedrasco. Queste esperienze finora han dato risultato negativo.

4. Il 3 giugno iniziammo un altro esperimento a Cedrasco in Valtellina, località terribilmente colpita dal gozzo e dal cretinismo, con una cagna e quattro cagnolini ancora lattanti, provenienti dalla città di Roma, località indenne da gozzo.

Essi furono tenuti nel cortile, selciato con piccole pietre, della casa parrocchiale di Cedrasco, precisamente in un angolo separato con un recinto di legno e protetto dal sole e dalla pioggia per mezzo di una sorta di tettoia fatta con rami fronzuti tagliati di recente. Di notte i cani venivano lasciati liberi nel cortile, che restava chiuso.

La pulizia era scrupolosamente mantenuta. Ogni 24-36 ore si faceva bollire per non meno di 10 minuti una caldaia d'acqua della fontana di Cedrasco. Quest'acqua bollita serviva per pulire i recipienti, per abbeverare i cani, per far cuocere la pasta e la polenta, loro cibo principale, e per rammollire il pane, che di raro loro si somministrava. Qualche volta si dava loro anche latte, ma bollito, almeno per dieci minuti ecc.



Mercè la sorveglianza continua del parroco di Cedrasco, Don Antonio Zulberti, l'esperimento fu condotto in modo veramente scrupoloso, evitando soprattutto che causalmente i cani potessero bere acqua non bollita o mangiare cibi crudi.

Al 15 settembre il tatto non rilevava nulla di anormale in nessun cane; il 12 ottobre due cuccioli presentavano alla palpazione traccia sicura d'ingrossamento della tiroide; il 9 novembre tutti e quattro i cuccioli avevano la tiroide ingrossata in modo spiccato, e nel dicembre successivo tutti e quattro, senza esitanza, si potevano definire gozzuti, come in uno di essi fu constatato anche all'autopsia <sup>(1)</sup>.

Lo sviluppo del gozzo in tutti e quattro i cuccioli nutriti esclusivamente con cibi cotti e abbeverati con acqua bollita almeno per dieci minuti, diventa molto significativo quando si considera che tre altri cuccioli portati a Cedrasco il 23 luglio e nutriti con cibi ordinari, senza alcuna scelta, e abbeverati con acqua di fonte o di torrente non bollita (di tanto in tanto anche artificialmente fatta loro ingoiare), non presentavano ancora traccia d'ingrossamento della tiroide ai primi di dicembre, ossia quattro mesi e mezzo dopo cominciato l'esperimento, tempo che si era dimostrato sufficiente per iniziare lo sviluppo del gozzo in due dei quattro cagnolini suddetti. Uno dei tre cuccioli, morto ai primi di gennaio, all'autopsia mostrò appena traccia lievissima d'ingrossamento della tiroide.

---

Mentre questi esperimenti venivano fatti in Valtellina, sotto la direzione di uno di noi (Grassi), altri esperimenti si eseguivano a Cogne per opera dell'altro (dott. Munaron), che si era perciò stabilito in questa località a datare dal 4 luglio 1903. A Cogne venne fatta la stessa prova del trattamento esclusivo con cibi cotti e acqua bollita per 10 minuti sulle quattro cagne adulte, già gozzute in vario grado, delle quali si è fatto cenno nella nostra precedente comunicazione. Lo stesso trattamento venne esteso a quattordici cuccioli provenienti da Roma, dell'età di circa 1-2 mesi.

A sette cuccioli, oltre che cibo cotto e acqua bollita, è stato somministrato anche il residuo della filtrazione attraverso la candela F. Chamberland dell'acqua della presa a pressione, attigua alla R. Casa di caccia di Cogne.

Le cagne adulte nel periodo del trattamento coi cibi cotti e con l'acqua bollita, durato dal 4 luglio al 10 ottobre, non presentarono alcuna apprezzabile modificazione nei loro gozzi.

(1) La madre invece al tatto non presentava sicura traccia d'ingrossamento della tiroide. Questo fatto è in rapporto colla circostanza che in complesso, quanto meno voluminosi sono i cani, tanto più presto s'infettano.



5. Dei sette cuccioli trattati soltanto con cibo cotto e acqua bollita, senza residuo di filtrazione dell'acqua, uno (1°) morì al principio dell'esperimento, un altro (2°) morì il 30 agosto. Questo pesava 950 gr., era magrissimo e profondamente anemico; facevano contrasto le due tiroidi di colore rossastro livido spostate in basso e un po' in avanti, disuguali di volume, la sinistra quadrupla della destra che poteva forse ritenersi alquanto superiore al normale. In uno (3°) degli altri cinque cuccioli si cominciò ad avvertire con certezza l'inizio del gozzo il 28 settembre. Al 10 ottobre il dott. Munaron abbandonò Cogne, affidando la continuazione dell'esperimento, a persona di fiducia. Tornato a Cogne il 12 novembre 1903, poté constatare che nel cucciolo (3°) già trovato affetto il 28 settembre, le tiroidi erano distintamente ipertrofiche, abbassate e mobili. In un altro cucciolo (4°) il lobo sinistro della tiroide trovavasi ingrossato; in altri due (5° e 6°) sembrava di rilevare una lieve ipertrofia della tiroide, in uno (7°) l'esame riuscì negativo.

Il cucciolo 3° trasportato a Roma presentò alla sezione i lobi tiroidei grossi quasi come piccole noci.

L'esperimento, di cui abbiamo reso conto nella prima Nota, viene perciò confermato dai due nuovi esperimenti fatti a Cogne e a Cedrasco, restando così *stabilito che la bollitura dell'acqua e la cottura dei cibi non bastano a preservare dal gozzo*. Questi fatti sono in contradizione colla vecchia asserzione fatta da Hancke al forte Silberberg in Slesia dove su una guarnigione di 3800 individui, 70 soltanto restarono indenni dal gozzo, perchè non avevano bevuto che birra o acqua precedentemente portata ad ebollizione e chiarificata col riposo. Colle nostre esperienze si accorda invece mirabilmente il fatto, riportato da Morel, che le figlie di M. de Rambuteau presero il gozzo a Valais, per quanto facessero uso di acque gazoze inviate da Parigi. È forse superfluo aggiungere che queste osservazioni poco precise non possono avere che un valore relativo.

Del resto anche noi conosciamo una famiglia di tre persone adulte, che, stabilitesi in luogo dove il gozzo era endemico, cercarono sottrarvisi evitando di bere acqua, e ciò nonostante tutte e tre andarono soggette all'ingrossamento della tiroide dopo un tempo che non abbiamo potuto ben precisare.

6. Rendiamo ora conto dei sette cuccioli trattati oltre che col cibo cotto e colla bevanda bollita, anche col residuo della filtrazione dell'acqua attraverso la candela F. di Chamberland applicata opportunamente alla presa a pressione, attigua alla R. Casa di caccia.

L'esperimento durò dal 12 agosto all'8 novembre, quando venne interrotto dal gelo. Il quantitativo del residuo di filtrazione somministrato a quattro cuccioli (tre dei sette appartenenti a questo gruppo erano morti in precedenza senza presentare alcuna alterazione della tiroide) era quello pro-



veniente dal volume di circa 25 litri di acqua, ogni giorno alterno: il residuo di filtrazione, tolto dall'esterno della candela accuratamente con un pennello di vaio, veniva subito fatto ingoiare. Questa ingestione nei primi tempi sembrava provocare qualche leggero incomodo intestinale, ma in seguito fu perfettamente tollerata. L'esame di questi cuccioli riuscì sempre negativo fino al 12 novembre, epoca in cui in uno dei cuccioli la tiroide era manifestamente ingrossata a sinistra, e in un altro era alquanto ingrossata sì a destra che a sinistra, mentre negli altri due nulla di anormale era percepibile.

Se si compara questo esperimento con quello precedente (5), si acquista facilmente la persuasione che il residuo di filtrazione non ha esercitato alcuna sicura influenza sullo sviluppo del gozzo e in ogni caso sembrerebbe che lo avesse piuttosto ritardato che affrettato.

---

Contemporaneamente altri esperimenti venivano da noi fatti a Rovellasca (Como) e a Roma.

7. Al cominciare del 19 agosto a Rovellasca cinque cuccioli tenuti in un recinto parzialmente coperto da una tettoia e alimentati con cibi quasi asciutti, vennero abbeverati esclusivamente con acqua proveniente da Cedrasco, che doveva giudicarsi eminentemente gozzigena. Nei primi tempi essendo il caldo molto intenso, i cuccioli bevevano molto (circa  $\frac{3}{4}$  di litro al giorno ciascuno), più tardi tendendo essi a bere meno, con vari artifizi (mescolare l'acqua col riso cotto, raffreddato e asciutto, aggiungere frammenti di carne, sangue all'acqua ecc.) si ottenne di far loro ancora ingerire una certa quantità d'acqua (non mai meno di circa mezzo litro al giorno ciascuno).

Dopo circa venti giorni uno dei cuccioli morì senza presentare alterazioni della tiroide; un mese dopo la sua morte questo cucciolo venne sostituito con un altro.

Il 28 dicembre, data dell'ultimo esame, nessuno mostrava alla palpazione traccia di ingrossamento della tiroide. Si noti che l'acqua veniva e viene tuttora mandata da Cedrasco a Rovellasca una volta alla settimana, in damigiane, e che si ha molta cura di rimescolarla ogni volta che si leva dal recipiente, perchè il deposito non rimanga sul fondo. Quest'acqua frequentemente nei recipienti in cui è versata, si presenta torbida come era al torrente, o nei canali d'irrigazione di Cedrasco.

Quest'esperimento negativo a noi sembra di non piccolo valore e solleva dubbi sugli esperimenti di Lustig e Carle, coronati di successo nel solo cavallo sperimentato e in uno solo su tredici cani. Nel cane di Lustig e Carle, giudicando dalle nostre esperienze di Cogne e Cedrasco, il gozzo si sarebbe



sviluppato troppo presto (in circa 15 giorni) <sup>(1)</sup>. Di più non risulta dal loro lavoro, con tutta certezza, che a Torino gli animali non possano spontaneamente andar soggetti al gozzo e che in ogni caso gli animali sperimentati non provenissero da località dove il gozzo è endemico.

Si potrebbe tentare di diminuire il valore dei nostri esperimenti adducendo fatti registrati nella letteratura. Così per es. il caso di Saint-Chaffrey, dove i coscritti che non avevano il gozzo e che desideravano ottenere l'esenzione dal servizio militare, andavano a bere l'acqua di una sorgente chiamata nel paese la fontana del gozzo.

Saint-Lager si è domandato (1867) comè mai questa sorgente emanante dal medesimo terreno che alimenta le fontane pubbliche di Saint-Chaffrey possa produrre il gozzo negli individui, che l'acqua delle fontane pubbliche non aveva reso gozzuti. La spiegazione di questa bizzarria è semplicissima, risponde lo stesso autore: infatti l'acqua della sorgente non arriva alle fonti pubbliche del villaggio che dopo aver percorso un lungo tragitto, attraverso dei tubi, nei quali lascia depositare una parte dei principî gozzigeni sotto forma di tufo. « L'azione così pronta della fontana del gozzo è dovuta al fatto, che l'acqua si beve subito dopo la sua emergenza ».

Boussingault ha conosciuto a Mariquita, dove il gozzo è generale, una famiglia nella quale il tumore non si mostrò mai, grazie all'abitudine di conservare l'acqua due giorni prima di berla.

Alla stregua di questi fatti osservati da Saint-Lager e da Boussingault, ai quali sarebbe facile anche aggiungerne altri, si potrebbe giudicare non sufficientemente concludente l'esperimento di Rovellasca.

Questo giudizio, pur ammettendo che le osservazioni in discorso siano esatte, ciò che non è punto dimostrato, a noi non sembra giusto prima di tutto perchè noi avemmo sempre gran cura di rimescolare l'acqua, in secondo luogo perchè l'esperimento con residuo di filtrazioni fatto a Cogne, non ha dimostrato affatto che in questo residuo si accumulino i principî gozzigeni. Aggiungasi che anche il Bircher ha fatto un esperimento negativo della durata di cinque mesi su cinque giovani cani che nutriva con latte codensato diluito con acqua gozzigena, mescolato al deposito di fontane gozzigene. Bircher spiega il risultato negativo colle circostanze che i cani erano troppo giovani e bevettero l'acqua gozzigena per troppo poco tempo. Gli esperimenti da noi fatti a Cogne e a Cedrasco dimostrano al contrario che questa spiegazione è del tutto infondata.

Si potrebbe supporre che tanto i cani di Bircher come i nostri di Rovellasca, godessero di un'immunità naturale, senonchè gli esperimenti di Cogne

(1) Si noti per incidenza che, secondo le nostre ricerche sugli uomini, il caso in cui il gozzo si sviluppò più presto è quello di una donna in cui si manifestò circa 6 mesi dopochè si era stabilita in località, dove il gozzo è endemico.



e di Cedrasco rendono questa supposizione poco verosimile, molto più che nei luoghi dove il gozzo è assai diffuso è difficilissimo trovare un cane colla tiroide normale. A togliere di mezzo qualunque dubbio, l'esperimento viene continuato e ripetuto, e ci riserviamo a tempo opportuno di riferirne i risultati.

8. Passiamo ad un altro esperimento fatto a Rovellasca. A Rovellasca sette cuccioli a cominciare dal 2 luglio venivano chiusi in un recinto parzialmente coperto da una tettoia. Essi venivano nutriti senza alcuna cautela speciale, però nel luogo dove riposavano, settimanalmente, si accumulavano 20 chili circa di terriccio umido o cotica di prato, proveniente da Cedrasco a grande velocità.

Per un certo tempo questo materiale si lasciò asciugare, poi si trovò opportuno di inumidirlo. In principio di settembre, tutto in una volta vennero collocati sotto la tettoia circa tre quintali di cotica sempre proveniente da un prato di Cedrasco. A cominciare da novembre, invece del terriccio si usò materiale in putrefazione (foglie marcie, paglia tolta dalle stalle ecc.) d'uguale provenienza. Due cuccioli morirono già nell'estate, senza mostrare traccia di alterazione della tiroide, in un terzo ucciso nel novembre scorso, le tiroidi ci parvero alquanto ingrossate; gli altri purtroppo per ora non mostrano al tatto alcuna apprezzabile modificazione delle tiroidi.

9. Veniamo infine agli esperimenti fatti a Roma.

Nella nostra prima Nota si è parlato di una serie di prove fatte spargendo nell'ambiente in cui vivevano i cani, fango e spazzatura provenienti da vari ambienti di Cogne. L'esperienza fu continuata collo stesso materiale che veniva spedito settimanalmente da Cogne. Alcuni cani morirono, ma furono sostituiti. In complesso l'esperimento si è prolungato per tutto l'estate e per tutto l'autunno e continua tuttora.

Un cane si dovette uccidere (in novembre) perchè infetto di *Demodex* e mostrò la tiroide normale. Un altro, che morì in settembre di una malattia molto comune nei cani giovani e che non sappiamo ben precisare, aveva i lobi della tiroide forse un pochino ingrossati. I lobi erano evidentemente ingrossati (circa il doppio del presumibile volume normale) in un cucciolo nato e cresciuto a Roma, del peso di chilogr. 3,200, morto della stessa malattia il 7 ottobre, dopo essere stato nella stanza di esperimento, col materiale suddetto, più di quattro mesi. Questo fatto, benchè finora unico, è molto importante perchè su circa 220 cani accalappiati a Roma e perciò in grandissima parte certamente nati e cresciuti nella città e dintorni, per quanto non sia escluso che casualmente qualcuno possa provenire da luoghi dove il gozzo è endemico, una sola volta abbiamo trovato una tiroide che relativamente alle dimensioni e all'età dell'animale raggiungeva quasi la grossezza di quella del cucciolo del nostro esperimento. L'ingrossamento da noi artificialmente ottenuto non poteva ascriversi alla malattia



che produsse la morte dell'animale, perchè in molti altri cani decessi per la stessa causa, le tiroidi erano di volume normale.

Questi esperimenti vengono continuati e ripetuti.

---

Quanto abbiamo fin qui riferito in complesso ci conferma nei concetti generali che abbiamo esposto nella prima Nota che, cioè, il gozzo e il cretinismo endemici devono costituire una malattia prodotta da veleni sviluppatisi da microbi viventi in ambiente umido, fuori dell'organismo umano. Noi riteniamo degno di molta considerazione anche il concetto esposto da Vassale, che il gozzo risponda sul principio ad un aumento di funzione della tiroide, richiesto dalla modificata economia dell'organismo.

---

Sull'esempio del prof. Wagner v. Jauregg, abbiamo voluto tentare in Valtellina la cura del cretinismo per mezzo della tiroidina. I risultati finora ottenuti sono inconcludenti e noi non avremmo neppure accennato a questi esperimenti se non ci avessero fornito l'occasione di toccare con mano che il cretinismo in Valtellina è in notevole diminuzione. Mentre è facile di trovare cretini al disopra dei 18 anni, quelli al disotto di quest'età sono relativamente rari e molto più rari quelli al disotto dei 10 anni. I deficienti però, in questi paesi, anche tra i ragazzi, non fanno difetto.

**Patologia.** — *L'immunità acquisita contro i veleni, può essere trasmessa dai genitori alla prole? (Contributo alle conoscenze sulla trasmissione di caratteri acquisiti. Ricerche sperimentali).* Nota del Corrispondente A. LUSTIG.

Oskar Hertwig affermando la possibilità della trasmissione ereditaria di caratteri acquisiti, ricorda, fra gli altri, il fatto che la immunità verso alcune malattie infettive e tossiche può passare dai genitori alla prole. A sostegno della sua tesi, che è in contradizione con le idee del Weismann, Hertwig rammenta specialmente le note esperienze di Ehrlich con la ricina e con l'abrina, eseguite alcuni anni or sono sui topi. Questi animali, che sono molto sensibili all'azione di piccole dosi di tali veleni, si abituano ad essi e giungono a sopportare dosi che in condizioni normali produrrebbero la morte, allorchè vengono sottoposti ad un opportuno trattamento con queste sostanze tossiche. L'immunità così acquisita si può, secondo Ehrlich, trasmettere ai



figli, che nascono e si conservano immuni. Hertwig, fondandosi su questi esperimenti, conclude che le cellule dei tessuti subiscano per opera dei veleni certe modificazioni specifiche, che queste modificazioni avvengano anche nei prodotti sessuali e per tal modo si trasmettano ai figli.

Weismann invece tenta di spiegare i fenomeni osservati dall'Ehrlich non nel senso di una vera trasmissione ereditaria dell'immunità per la via germinale, ma ammettendo che dalla madre al feto passino le sostanze immunizzanti per la via della placenta, e tale ipotesi è avvalorata da questo, che non è dimostrato che il padre sia capace di trasmettere ai figli l'immunità da lui acquisita.

Questo importante problema della trasmissione dei caratteri acquisiti ha da molto tempo attratto la mia attenzione e fino dal 1897 <sup>(1)</sup> feci conoscere i risultati di una serie di ricerche destinate ad investigare se fosse possibile la trasmissione per eredità o per allattamento dell'immunità acquisita dagli animali verso la peste bubbonica, ricerche intraprese allora insieme col prof. Galeotti. In seguito ho voluto ancora vedere se i genitori possano trasmettere alla prole l'immunità acquisita verso certi veleni, ed è appunto questo l'argomento della presente Nota.

Come l'Ehrlich, anche io ho adoperato veleni di natura non batterica, perchè più facile e sicura è la determinazione del loro potere tossico e delle dosi precise da adoperarsi. Tali vantaggi presentano appunto la ricina e l'abrina, che del resto per la loro costituzione chimica e per il modo d'agire sugli organismi non si discostano assai dalle tossine batteriche.

Per togliere poi di mezzo l'obiezione che il Weismann rivolse all'Ehrlich, ho creduto opportuno di lasciare da parte i mammiferi e di adoperare gli uccelli, dopochè con ripetute prove fatte nel laboratorio da me diretto, da Galeotti, da Zardo, da Bosi e da G. Rossi, mi ero potuto convincere che i polli non godono mai di una immunità naturale nè per l'abrina, nè per la ricina.

In generale bastano 4 milligr. d'abrina su 1000 gr. di peso di animale, per provocare col metodo delle iniezioni peritoneali, senza eccezione, la morte.

L'abrina (fornitami dalla ditta Merck) va sciolta in una soluzione di NaCl al 0,75 % sterilizzata in proporzione di 1 a 10.000.

Si noti che questa soluzione dopo 3 o 4 giorni diviene inattiva o quasi, e perciò è necessario usare soluzioni di recente preparate, altrimenti i risultati sono poco sicuri ed incostanti. Così probabilmente vanno spiegati i risultati incerti di Calmette e Delarde. I polli a cui vengano inoculate dosi mortali di abrina soccombono in un tempo che varia fra 36 e 80 ore, con fenomeni morbosi molto caratteristici e con alterazioni particolari che G. Rossi studiò in questo Istituto di Patologia generale e di recente pubblicò <sup>(2)</sup>.

(1) Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Classe di sc. fisiche ecc., 2° sem. 1897.

(2) Rossi G., *La Clinica moderna*, dicembre 1903.



Senza ricordare qui tutte le modalità seguite nei miei esperimenti e senza riferirne più minuti particolari, dirò solo che ho prodotto l'immunità per l'abrina in galli e in galline Valdarnesi (fornitemi dallo Stabilimento di via Farina in Firenze) dell'età di 18-24 mesi e del peso di 1250-3000 gr. ciascuno.

L'immunizzazione si cominciava con iniezioni sottocutanee o intraperitoneali di gr. 0,0000066 di sostanza attiva, praticate ogni giorno od ogni due giorni o a più lunghi intervalli, e poi si cresceva la dose del veleno fino a iniettarne 5 fino a 6 milligr. su 1000 gr. di peso di animale.

Dopo circa 70 giorni e mai prima, i polli avevano acquistato una tale completa insensibilità a dosi mortali di abrina. Durante il periodo di immunizzazione i polli mostravano fenomeni morbosi consistenti specialmente in aumenti della temperatura, diarrea, prolasso della cloaca, dimagrimento, perdita delle penne. Una volta immunizzati e rimessi in salute, l'iniezione di forti dosi di abrina non provoca più alcun fenomeno morboso, anche se la iniezione si faceva un anno dopo conseguita l'immunità.

Ogni esperimento fatto sugli animali immunizzati, o che si reputavano tali, era accompagnato da numerose prove di riscontro con animali perfettamente normali, che si sceglievano della stessa qualità e dello stesso peso <sup>(1)</sup>. Dal 1899 fino ad oggi ho immunizzato i seguenti animali:

nel 1899-900 . . . . .	due galli e quattro galline;
nel 1901 . . . . .	due galli e cinque galline;
nel 1902 . . . . .	cinque galline.

Da queste galline immunizzate si raccolsero uova in abbondanza e alcune di esse mi servirono per una ricerca preliminare; per vedere cioè se nei materiali nutritizi dell'uovo esistessero quelle sostanze immunizzanti che certamente circolavano nel sangue delle galline. Come è facile comprendere mi interessava rischiarare questo punto affinché, dato che si manifestasse poi l'immunità nei pulcini nati da queste uova, non si potesse supporre che questa provenisse dall'essersi l'embrione nutrito con materiali già contenenti sostanze capaci di conferire l'immunità.

(1) Gli animali sani, non immuni, a cui si inietti una dose mortale di abrina, presentano dopo 12-18 ore una notevole ipertermia. L'animale sta rannicchiato, non mangia, ha le penne arruffate, l'addome gonfio, la cresta nerastra; è insensibile agli stimoli; ha diarrea, respirazione affannosa. Più tardi comincia l'edema in varie regioni del corpo, la diarrea si fa sanguinolenta, l'animale cade in collasso e muore.

Alla necroscopia si trovano edemi diffusi, addome rigonfio, emorragie e stravasi sanguigni sottosierosi, edema polmonare. Le ghiandole linfatiche sono ingorgate, il fegato è rosso e spappolabile, la milza rosso-scura con polpa a poltiglia. I reni sono grossi di colore rosso-scuio. L'ingluvie contiene poco cibo e pieno di liquido. L'intestino mostra i segni di una enterite emorragica. Maggiori particolari si trovano nella Nota di G. Rossi sopra ricordata.



A tal fine trattai ripetutamente diversi polli normali giovani ed adulti, sia col bianco, sia col torlo di uova provenienti dalle galline validamente immunizzate, e poi iniettai a questi l'abrina; ma l'intossicazione decorse come negli animali sani di controllo.

Per vedere poi se i pulcini nascessero immuni, posi ad incubare:

1°. Uova di galline non immunizzate, fecondate da un gallo immunizzato.

2°. Uova di galline immunizzate, fecondate da gallo non immunizzato.

3°. Uova di galline immunizzate, fecondate da gallo immunizzato.

Si raccolsero anche uova (in numero di circa 60) che le galline deposero durante il lungo periodo dell'immunizzazione, ma di queste uova non si schiusero nè quelle fatte incubare artificialmente, nè quelle affidate ad una chioccia per l'incubazione naturale.

In queste uova si trovarono talvolta embrioni mostruosi o pulcini morti che presentavano fenomeni teratologici.

Alquanto diversi sono i risultati che si ebbero con le uova raccolte dopo che le galline si erano completamente rimesse dagli effetti dell'immunizzazione, cioè dopo che erano trascorse parecchie settimane, 6 mesi ed anche un anno dall'acquisto dell'immunità. Però anche in queste uova si trovarono pulcini che presentavano evidenti e strani fenomeni teratologici. Questo ultimo fatto si è riscontrato anche nelle uova fecondate da un gallo immunizzato, ma deposte da galline normali.

Precisando, dirò che di 10 uova deposte da una femmina nel terzo mese dopo avvenuta la immunizzazione e fecondate da un gallo reso da oltre un anno immune, se ne schiusero solo 3 e da altre 3 nacquero pulcini cachettici che morirono dopo pochi giorni.

Nel giugno 1900 si affidarono ad una chioccia 16 uova, deposte dopo il quinto mese da che i genitori avevano raggiunto l'immunità, e da esse nacquero 3 soli pulcini, di cui due morirono poche ore dopo la nascita ed il terzo dopo 20 giorni. Nelle rimanenti 13 uova si trovarono embrioni deformi ed incompleti.

Nel giugno stesso furono affidate ad un'altra chioccia altre 16 uova, raccolte da una gallina robustissima immunizzata da oltre tre mesi e fecondate da un gallo pure immune. Di queste 16 uova se ne schiusero 7; un pulcino nacque malato ma poi guarì; due pulcini che mostravano ventre gonfio e testa deforme morirono presto; gli altri quattro erano assai deboli, ma tenuti con ogni riguardo crebbero bene e divennero belli e robusti. Di questi 5 animali (tre femmine e due maschi) che chiameremo della 1ª serie, mi valse per i successivi esperimenti. Nelle uova non nate si trovarono al solito pulcini deformi.

È da notarsi che le galline e il gallo, da cui ottenni tali pollastri, si mostrarono fortemente immuni anche tre anni dopo, ed essi servirono per altre esperienze intraprese dal dott. G. Rossi.

Nel giugno 1902 si affidarono ad una chioccia 12 uova raccolte da 62-80 giorni dopo la completa immunizzazione della femmina che le depose e del maschio che le fecondò. Da queste uova nacquero cinque pulcini, di cui due morirono dopo pochi giorni e tre vissero e crebbero abbastanza robusti. Questi tre polli li chiameremo della 2<sup>a</sup> serie.

Tutti questi animali vennero poi sottoposti alla prova delle iniezioni con dosi mortali di abrina, come ora brevemente esporrò.

Due pollastri della 1<sup>a</sup> serie (una femmina e un maschio) ricevettero una dose mortale di abrina nella cavità peritoneale, sette settimane dopo la loro nascita, e morirono, come gli animali di controllo, della medesima età ed egualmente trattati.

Un galletto della 1<sup>a</sup> serie, a cui si iniettò l'abrina dopo un anno dalla sua nascita, morì in egual periodo di tempo (tra 24 e 26 ore) che i pollastri di riscontro.

Dei tre polli della 2<sup>a</sup> serie uno venne sottoposto alla prova dell'abrina dopo 3 mesi, un altro dopo 6, e il terzo dopo 9 mesi dalla nascita, ma anche questi animali non solo non mostrarono alcuna resistenza al veleno, ma apparvero forse ancor più suscettivi dei polli normali.

Questi risultati sperimentali si possono così riassumere:

1. Anzitutto è da notarsi che i polli normali sono animali sensibili all'azione dell'abrina, ma si possono rendere immuni artificialmente, ed allora conservano poi l'immunità acquisita per parecchi anni.

2. L'immunità acquisita dai genitori non si trasmette ai figli. Questi nascono gracili o anche cachettici e resistono meno degli animali sani all'azione del veleno.

3. Le uova di galline immunizzate, fecondate da maschi normali o immunizzati, come pure quelle deposte da galline normali ma fecondate da maschi immunizzati, non si schiudono se non in piccolo numero: in molte si trovano embrioni deformati o pulcini maturi che presentano fenomeni teratologici.

Da queste esperienze si può quindi concludere che non vi è una trasmissione ereditaria dell'immunità dai genitori alla prole, e che perciò i risultati ottenuti dall'Ehrlich non si possono interpretare se non nel senso del Weismann, che passino cioè dalla madre al figlio per la via placentare le sostanze immunizzanti.

Questa conclusione può avere una certa importanza per la teoria generale della eredità in rapporto con il principio della trasmissione dei caratteri acquisiti, sebbene in tal riguardo io debba pur riconoscere che un risultato negativo non ha valore di prova. Solo è lecito affermare che non è mediante l'immunità che si può dimostrare il sovraccennato principio.



**Matematica.** — *Sur la multiplication de deux séries de factorielles.* Nota di NIELS NIELSEN, presentata dal Socio U. DINI.

Dans mes recherches <sup>(1)</sup> sur les séries de factorielles de cette forme

$$(1) \quad \Omega(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{s! b_s}{x(x+1)(x+2)\dots(x+s)}, \quad \Re(x) > 1^{(2)},$$

où les coefficients  $b_s$  sont indépendants de  $x$ , j'ai démontré que toutes les fonctions développables dans une telle série doivent se présenter sous forme d'une certaine intégrale définie, savoir

$$(2) \quad \Omega(x) = \int_0^1 \varphi(t) t^{x-1} dt,$$

où la fonction  $\varphi(t)$ , la fonction génératrice de  $\Omega(x)$ , doit satisfaire aux conditions suivantes:

1°.  $\varphi(t)$  doit être holomorphe aux environs du point  $t=1$ , de façon que la série de puissances correspondante

$$(3) \quad \varphi(1-t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + \dots,$$

où les coefficients  $b_s$  sont les mêmes qui figurent dans la série de factorielles (1), a son rayon de convergence égal à 1 au moins.

2°. Si le point  $t=0$  est point singulier de  $\varphi(t)$ , il doit être tel que  $\varphi(t)$  ait pour  $t \rightarrow 0$ , des dérivées d'un ordre quelconque; de plus, soit  $\varphi^{(p)}(t)$  la première de ces dérivées,  $p$  étant un positif entier fini, qui deviendra infini pour  $t \rightarrow 0$ , il doit être possible de déterminer un nombre réel et fini  $\lambda$ , tel que

$$(4) \quad \lim_{t \rightarrow 0} |t^{\lambda+p} \varphi^{(p)}(t)| = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases},$$

selon que  $\Re(x) \geq \lambda$ .

La désignation  $t \rightarrow 0$  indique comme ordinairement que la quantité  $t$  destinée à décroître indéfiniment doit être considérée toujours comme positive.

Nous désignons  $\lambda$  comme *premier nombre caractéristique* de la fonction génératrice  $\varphi(t)$ .

(1) Comptes rendus, 30 décembre 1901, 20 janvier 1902. Annales de l'École Normale, t. 19, pp. 409-453, 1902.

(2) Ici et dans ce qui suit la lettre gothique  $\Re(X)$  désigne la partie réelle de  $x$ .



3°. Il existe, en vertu de la série de puissances (3), un autre nombre réel  $\lambda'$ , tel que

$$(5) \quad \lim_{t \rightarrow 1-0} \left| \frac{\varphi^{(n)}(t)}{\Gamma(x+n+1)} \right| < \varepsilon, \quad > E,$$

selon que  $\Re(x) \geq \lambda'$ , et pourvu que  $n$  soit plus grand que ou égal à un certain nombre positif entier  $N$ .  $E$  et  $\varepsilon$  désignent deux nombres positifs respectivement aussi grand et aussi petit qu'on le veut;  $\lambda'$  est désigné comme *second nombre caractéristique* de  $\varphi(t)$ .

Inversement, comme le montre clairement des intégrations par parties, toutes les intégrales définies de la forme (2) sont développables en série de factorielles de la forme (1).

Quant au champ de convergence de la série de factorielles ainsi obtenue, il se détermine à l'aide des deux nombres caractéristiques  $\lambda$  et  $\lambda'$  de la manière suivante:

1°. Si le point  $t=1$  est le seul point singulier de  $\varphi(1-t)$  situé dans la circonférence du cercle  $|t|=1$  (c'est-à-dire  $t=+0$  pour  $\varphi(t)$ ), la série de factorielles  $\Omega(x)$  est convergente dans le demi-plan situé à droite de la ligne  $\Re(x)=\lambda$  perpendiculaire à l'axe des nombres réels.

2°. Supposons que  $\varphi(1-t)$  n'ait pas des points singuliers dans la circonférence du cercle susdit, la série  $\Omega(x)$  est convergente dans toute l'étendue du plan des  $x$ .

3°. Dans le cas où  $\varphi(1-t)$  a des points singuliers dans la circonférence susdite, outre  $t=1$ , la série  $\Omega(x)$  est convergente, pourvu que  $\Re(x)$  soit plus grand que  $\lambda$  et  $\lambda'$  à la fois.

4°. Si le point  $t=1$  n'est pas singulier de  $\varphi(t)$ , le champ de convergence de  $\Omega(x)$  est limité par la ligne droite  $\Re(x)=\lambda'$ .

Cela posé, on voit que les séries de factorielles présentent cette propriété singulière:

*Il peut arriver que l'on trouve dans le champ de convergence de  $\Omega(x)$  des points isolés  $0, -1, -2, \dots$  qui sont des pôles simples; mais la série  $\Omega(x-\omega)$ , où  $\omega$  désigne un tel point, est toujours convergente, pourvu que  $|x-\omega| < \varepsilon$ , où  $\varepsilon$  désigne une quantité positive aussi petite qu'on le veut.*

Cette propriété d'une série de factorielles, savoir que la limite de son champ de convergence n'est pas nécessairement déterminée par le premier point singulier de la fonction en question, est d'un point de vue analytique d'un intérêt extrêmement grand.

De plus, nous aurons cette autre propriété singulière:

*Supposons convergente la série  $\Omega(x)$ ,  $\Omega(x+1)$  sera toujours absolument convergente; c'est-à-dire que nous aurons constamment cette valeur limite:  $\lambda - \lambda' \leq 1$ .*



En effet, posons

$$\Gamma_n(x) = \frac{1.2.3 \dots (n-1) \cdot n^x}{x(x+1) \dots (x+n-1)} \quad , \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \Gamma_n(x) = \Gamma(x) \quad ,$$

puis mettons  $x = \xi + i\eta$ ,  $x' = \xi' + i\eta'$ , nous aurons évidemment

$$(6) \quad \left| \frac{x'(x'+1) \dots (x'+n-1)}{x(x+1) \dots (x+n-1)} \right| = \left| \frac{\Gamma_n(x)}{\Gamma_n(x')} \right| \cdot n^{\xi' - \xi}$$

ce qui nous conduira immédiatement à la proposition susdite.

Dans mes recherches susdites j'ai étudié, à l'aide des conditions précédentes, quelques-unes des opérations analytiques fondamentales effectuées sur une série de factorielles; dans la Note que voici je me suis proposé d'étudier la multiplication de deux séries de factorielles, opération fondamentale qui nous conduira aussi à des propriétés très singulières de telles séries.

A cet égard, introduisons cette nouvelle série de factorielles

$$(7) \quad \Omega_1(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{s! c_s}{x(x+1) \dots (x+s)} \quad , \quad \Re(x) > A' \quad ,$$

ou bien

$$(8) \quad \Omega_1(x) = \int_0^1 \psi(t) t^{x-1} dt \quad ,$$

et désignons par  $\lambda_1$  et  $\lambda'_1$  les deux nombres caractéristiques de  $\psi(t)$ , nous verrons tout d'abord que dans le domaine commun de convergence absolue de  $\Omega(x)$  et  $\Omega_1(x)$  on peut multiplier ces deux séries en appliquant la règle de Cauchy. Cependant, une telle méthode semble être presque impossible pour démontrer que le produit  $\Omega(x) \cdot \Omega_1(x)$  est développable en série de factorielles et pour la détermination de la fonction génératrice correspondante. C'est pourquoi nous avons à suivre un chemin entièrement différent.

En effet, étudions d'abord le cas particulier, où l'une des séries de factorielles en question se réduit à un seul terme, savoir à

$$\frac{n! c_n}{x(x+1) \dots (x+n)} \quad ,$$

nous avons avant de tout à développer en série de factorielles le produit particulier ainsi obtenu.

Pour trouver un tel développement écrivons sous cette forme la formule (2):

$$\Omega(x) = \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{t^{n+1}} \cdot t^{x+n} dt \quad ,$$



puis prenons comme fonction génératrice le produit

$$\Phi(t) = \varphi(t) \cdot t^{-n-1}$$

nous aurons sans peine ce développement nouveau

$$(9) \quad \Omega(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{s! B_{n,s}}{(x+n+1)(x+n+2)\dots(x+n+s+1)},$$

valable pourvu que nous ayons à la fois

$$(9 \text{ bis}) \quad \Re(x) > 0, \quad \Re(x) > 1,$$

et où nous avons posé pour abréger

$$(10) \quad B_{n,s} = \sum_{r=0}^{r=s} \binom{n+r}{r} \cdot b_{s-r}.$$

En effet, nous verrons que le premier nombre caractéristique de  $\Phi(x)$  est égal à  $\lambda + n + 1$ , quant au second nombre caractéristique, désignons par  $\delta$  une quantité positive et finie telle que  $\delta - \lambda' > 0$ , mais étant aussi petite qu'on le veut, nous aurons, en vertu de (5),

$$n! |b_n| = |\varphi^{(n)}(1)| < K \cdot \Gamma(\delta + n + 1),$$

où  $K$  désigne une quantité positive et finie même pour  $n$  infini, ce qui donnera, en vertu de (10),

$$s! |B_{n,s}| < K \cdot \sum_{r=0}^{r=s} \frac{r! n! (s-r)!}{s! (n+r)!} \cdot \Gamma(\delta + s - r + 1),$$

ou, ce qui vaut autant,

$$s! |B_{n,s}| < K \cdot F(n+1, -s, -\delta-s, 1) \cdot \Gamma(\delta + s + 1),$$

où  $F$  désigne la série hypergéométrique ordinaire, ce qui donnera, en vertu d'une formule de Gauss,

$$(10 \text{ bis}) \quad s! |B_{n,s}| < K \cdot \frac{\Gamma(\delta + s + n + 2)}{\Gamma(\delta + n + 2)},$$

ce qui montre clairement que la série de factorielles (9) est convergente, pourvu que  $\Re(x)$  satisfasse aux conditions (9 bis).

Cela posé, nous avons évidemment cet autre développement en série de factorielles

$$(11) \quad \frac{n! c_n}{x(x+1)\dots(x+n)} \cdot \Omega(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{n! s! c_n B_{n,s}}{x(x+1)\dots(x+n+s+1)},$$

qui est convergente, même pour  $n$  infini, pourvu que nous ayons à la fois

$$(11 \text{ bis}) \quad \Re(x) > 0, \quad \Re(x) > A, \quad \Re(x) > A';$$

de plus, nous verrons que la série de factorielles (11) est *absolument* convergente, pourvu que

$$(12) \quad \Re(x) > 0, \quad \Re(x) > A + 1, \quad \Re(x) > A'.$$

Supposons maintenant que  $s$  soit un nombre fixe, puis considérons cette autre série de factorielles

$$(13) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n! s! c_n B_{n,s}}{x(x+1) \dots (x+n+s+1)},$$

nous avons, en choisissant le nombre  $\delta$  figurant dans (10 bis), tel que  $\delta - \lambda'_1 > 0$ , aussi,

$$n! |c_n| < K' \cdot \Gamma(\delta + n + 1),$$

ce qui donnera, en vertu de (10 bis),

$$n! s! |c_n| \cdot |B_{n,s}| < \frac{KK'}{\delta + n + 1} \cdot \Gamma(\delta + n + 2),$$

ce qui montrera, à l'aide de (6), que la série de factorielles (13) est *absolument* convergente, pourvu que  $\Re(x)$  satisfasse aux conditions (11 bis).

Cela posé, mettons dans (11)  $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ , puis ajoutons toutes les équations ainsi obtenues, nous obtiendrons une série à double entrée, dont toutes les séries horizontales et verticales seront absolument convergentes, pourvu que les conditions (12) soient remplies; c'est-à-dire que nous avons certainement dans ce cas

$$(14) \quad \Omega(x) \cdot \Omega_1(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{A_r}{x(x+1) \dots (x+r+1)},$$

où nous avons posé pour abrégé

$$(14 \text{ bis}) \quad A_r = \sum_{s=0}^{s=r} (r-s)! s! c_{r-s} \cdot B_{r-s,s}.$$

Remarquons maintenant qu'il est permis de permuter dans (12) les deux nombres  $A$  et  $A'$ , il est évident que la série de factorielles (14) est convergente pourvu que les conditions (11 bis) soient remplies seulement; c'est-à-dire que nous avons démontré ce théorème général:



Le produit des deux séries de factorielles  $\Omega(x)$  et  $\Omega_1(x)$ , convergentes pourvu que nous ayons respectivement  $\Re(x) > A$  et  $\Re(x) > A'$ , est développable en série de factorielles convergente, pourvu que nous ayons à la fois  $\Re(x) > 0$ ,  $\Re(x) > A$  et  $\Re(x) > A'$ .

On voit, ce qui était à attendre du reste, que le coefficient  $A_r$  est très compliqué.

Cherchons maintenant la fonction génératrice  $\chi(t)$  qui correspond à la série de factorielles susdite, nous avons à chercher d'abord la fonction génératrice  $\Phi_n(t)$  de la fonction plus simple

$$\frac{n!}{x(x+1)\dots(x+n)} \cdot \Omega(x).$$

Or, supposons que  $\Phi_n(t)$  ait dans le point  $t=1$  un zéro du  $(n+1)^{\text{ième}}$  ordre, nous aurons évidemment, en intégrant par parties

$$\int_0^1 \Phi_n(t) t^{x-1} dt = \frac{(-1)^{n+1}}{x(x+1)\dots(x+n)} \cdot \int_0^1 \Phi_n^{(n+1)}(t) t^{x+n} dt,$$

de sorte que l'intégrale définie figurant au second membre de cette formule deviendra précisément égale à  $\Omega(x)$ , si nous posons

$$(-1)^{n+1} \Phi_n^{(n+1)}(t) t^{n+1} = \varphi(t),$$

ou, ce qui vaut autant,

$$\Phi_n(t) = (-1)^{n+1} \cdot \int \frac{\varphi(t)}{t^{n+1}} \cdot dt^{n+1},$$

d'où, en appliquant une formule bien connue, due à Th. Claussen <sup>(1)</sup>

$$\Phi_n(t) = \frac{1}{n!} \cdot \int_t^1 \left(1 - \frac{t}{\alpha}\right)^n \cdot \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha} \cdot d\alpha + c'_0 + c'_1 t + \dots + c'_n t^n,$$

où les coefficients  $c'_n$  sont complètement arbitraires.

Or, je dis que le polynome arbitraire figurant au second membre de cette formule doit s'évanouir, parce que l'intégrale définie a dans  $t=1$  un zéro du  $(n+1)^{\text{ième}}$  ordre; c'est-à-dire que nous avons démontré cette formule auxiliaire

$$(15) \quad \begin{cases} \frac{n!}{x(x+1)\dots(x+n)} \cdot \Omega(x) = \int_0^1 \Phi_n(t) t^{x-1} dt, \\ \Phi_n(t) = \frac{1}{n!} \cdot \int_t^1 \left(1 - \frac{t}{\alpha}\right)^n \cdot \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha} d\alpha. \end{cases}$$

<sup>(1)</sup> Journal de Crelle, t. IV, pag. 278.

Cela posé, appliquons cette série de puissances

$$\psi(1-t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 + \dots,$$

nous aurons immédiatement, en vertu de (15), cet autre théorème remarquable:

*Pour le produit des deux séries de factorielles*

$$\Omega(x) = \int_0^1 \varphi(t) t^{x-1} dt, \quad \Omega_1(x) = \int_0^1 \psi(t) t^{x-1} dt,$$

nous aurons cette expression intégrale

$$(16) \quad \Omega(x) \cdot \Omega_1(x) = \int_0^1 \chi(t) t^{x-1} dt,$$

où la nouvelle fonction génératrice  $\chi(t)$  se détermine à l'aide de cette expression simple

$$(16 \text{ bis}) \quad \chi(t) = \int_t^1 \psi\left(\frac{t}{\alpha}\right) \cdot \frac{\varphi(\alpha)}{\alpha} d\alpha = \int_t^1 \varphi\left(\frac{t}{\alpha}\right) \cdot \frac{\psi(\alpha)}{\alpha} d\alpha.$$

L'identité des deux intégrales définies figurant dans (16 bis) est évidente, parce que la substitution  $\beta = \frac{t}{\alpha}$  nous transforme l'une de ces deux intégrales dans l'autre.

Supposons par exemple

$$\Omega(x) = \Omega_1(x) = \beta(x) = \int_0^1 \frac{t^{x-1}}{1+t} dt,$$

nous aurons aisément

$$(17) \quad (\beta(x))^2 = \int_0^1 \frac{2 \log(1+t) - 2 \log 2 - \log t}{1+t} \cdot t^{x-1} dt,$$

formule particulière que j'ai démontrée récemment <sup>(1)</sup> à l'aide d'un calcul direct. La série de factorielles obtenue pour  $\beta(x)$  est convergente dans toute l'étendue du plan des  $x$  à l'exception dans les points isolés 0, -1, -2, -3, ..., tandis que la série de factorielles obtenue pour  $(\beta(x))^2$  n'est convergente que si  $\Re(x) > 0$ .

Posons encore

$$\Omega(x) = \Omega_1(x) = \beta_1(x) = \int_0^1 \frac{t^{x-1}}{2-t} dt,$$

nous aurons de même

$$(18) \quad (\beta_1(x))^2 = \int_0^1 \frac{2 \log(2-t) - \log t}{4-t} \cdot t^{x-1} dt;$$

(1) Annali di Matematica, t. IX, pag. 293, 1903.



considérons les deux séries de factorielles correspondantes, savoir

$$(19) \quad \beta_1(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{(-1)^s s!}{x(x+1) \dots (x+s)}, \quad \Re(x) > 0,$$

$$(19 \text{ bis}) \quad (\beta_1(x))^2 = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{(s+1)! a_{s+1}}{x(x+1) \dots (x+s+1)}, \quad \Re(x) > 0,$$

où nous avons posé pour abrégé

$$a_n = \sum_{s=1}^{s=n} \frac{(-1)^s}{s \cdot 3^{n-s+1}} (1 - (-1)^s).$$

Or, il est évident que la série (19) est *absolument* convergente, pourvu que  $\Re(x) > 1$ , quant à (19 bis), posons  $r = \frac{n}{2}$  ou  $r = \frac{n-1}{2}$ , selon que  $n$  est pair ou impair, nous aurons aisément

$$|a_n| < \frac{1}{3^{n-r}} + \frac{1}{n-r};$$

c'est-à-dire que la série (19 bis) est toujours *absolument* convergente, d'où cette proposition très singulière, ce me semble:

*Il peut arriver que la série de factorielles obtenue pour le produit  $\Omega(x) \cdot \Omega_1(x)$  est absolument convergente dans la bande du plan des  $x$ , où les séries de factorielles données  $\Omega(x)$  et  $\Omega_1(x)$  ne sont pas absolument convergentes, bande dont la largeur ne peut jamais être plus grande que l'unité.*

Remarquons, en terminant ces recherches, que les formules intégrales (16) sont valables quand les deux intégrales données  $\Omega(x)$  et  $\Omega_1(x)$  ont un sens toutes les deux. En effet, notre démonstration précédente est valable, même dans le cas où la série de puissances (3) n'existe pas. Or, une recherche plus approfondie de cette question nous conduirait beaucoup trop loin ici.

**Meccanica.** — *Sul problema dell'equilibrio elastico di un cilindro circolare indefinito.* Nota di O. TEDONE, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Questa Nota sarà pubblicata in un prossimo fascicolo.

**Cristallografia.** — *Sopra la forma cristallina di alcune sostanze otticamente attive e particolarmente di un racemo parziale ed attivo.* Nota di FEDERICO MILLOSEVICH, presentata dal Socio STRÜVER.

Espongo qui succintamente i risultati dello studio cristallografico di alcuni derivati della Santonina preparati e descritti dal prof. A. Andreocci poco innanzi la sua immatura morte, che tanto rimpianto lasciò fra i suoi numerosi amici ed estimatori. Mi accinsi con gran piacere a questo studio, oltre che per accondiscendere alla preghiera dell'amico Andreocci, anche per aggiungere il mio contributo alla conoscenza della forma cristallina di una serie di composti, che da questo lato è una delle meglio conosciute per opera di molti insigni cristallografi <sup>(1)</sup>. Inoltre le sostanze qui descritte presentano il massimo interesse per lo studio delle relazioni fra le proprietà fisiche e chimiche e la forma cristallina e particolarmente una di esse, che si deve considerare come un racemo parziale ed attivo. Per queste ragioni mi parve che lo studio, che qui presento, potesse avere, anche se disgraziatamente monco e incompleto per il materiale generalmente poco adatto, una maggiore importanza, che non una pura e semplice descrizione cristallografica di sostanze nuove. Il prof. Brugnatelli ha pubblicato nel 1896 una interessantissima Memoria <sup>(2)</sup> sulle relazioni fra forma cristallina e proprietà fisiche di altri derivati della Santonina; sono ben lieto di poter in certo qual modo continuare il suo studio, giungendo alle sue medesime conclusioni. La più gran parte del presente lavoro era già compiuta nel 1899 e rimase sospesa

<sup>(1)</sup> Fra le più importanti pubblicazioni intorno alla forma cristallina della Santonina e dei suoi derivati mi limiterò a citare:

V. Lang, *Untersuchungen über die physikalischen Verhältnisse krystallisirter Körper*. Sitz-Ber. Wiener Akad. 1858, 31, 128; Des Cloizeaux, *Nouvelles recherches etc.* Mem. Acc. des Sciences de l'Inst. imp. de France, 1868, 18, 597; Zepharovich, *Krystallographische Mittheilungen aus dem chem. Lab. zu Graz. und Prag*. Sitz-Ber., Wiener Akad. 1865, 52, 248; Scacchi in Cannizzaro e Sestini, *Ricerche sulla santonina*. Gazz. chim. ital., tomo III, 1873, pag. 243; Waage, *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*. Berlin, 1873, VI, fasc. 13, pag. 1471; Strüver, *Sulla forma cristallina di alcuni derivati della santonina*. Atti Acc. Lincei, ser. II, 1876, 3; id., *Sulla forma cristallina di alcuni derivati della santonina*. (2<sup>a</sup> serie). Memorie R. Acc. Lincei, serie III, 1878, 2; id., *Ueber die Krystallform einiger Santoninderivate*. Zeitsch. f. Kryst., 1878, 2, 588; Bucca, *Studio cristallografico sopra alcuni derivati della Santonina*. Riv. di Min. e Crist. ital. 1892, 11, 8.

<sup>(2)</sup> Brugnatelli, *Beiträge zur Kenntniss der Krystallform optisch activer Substanzen. Ueber Santonin und einige seiner Derivate*. Zeitsch. f. Kryst. 1896, 27, 78.



per la morte del prof. Andreocci, perchè una delle sostanze qui descritte speditami in poca quantità dall'Andreocci, fu tutta da me consumata in inutili tentativi per ottenerne cristalli misurabili; soltanto ora, trasferitomi in Catania, potei avere per la cortesia del prof. Zanetti e del dott. Bertolo suo assistente, che collaborò coll'Andreocci, nei suoi ultimi lavori sui derivati della Santonina, altra quantità di detta sostanza, che si trovava conservata nel Gabinetto di Chimica Farmaceutica dell'Università di Catania. Di questa sostanza ottenni cristalli che mi permisero, se non esatte misure goniometriche, almeno quelle osservazioni atte a stabilirne il sistema, e perciò soltanto ora posso esporre i risultati del mio studio.

Le *acetildesmotroposantonine* stereoisomeri della cui forma cristallina qui mi occupo, furono oggetto di parecchie pubblicazioni del compianto Andreocci <sup>(1)</sup> e in uno dei suoi ultimissimi lavori egli espose le ragioni per le quali riteneva, che lo studio cristallografico di esse fosse di particolare importanza <sup>(2)</sup>. Non tutti i composti qui descritti si prestarono ugualmente bene a misure goniometriche; anzi di due soli di essi posso dare con sicurezza gli angoli e le costanti, mentre per altri due ho dovuto limitarmi alla sola osservazione di qualche proprietà ottica, per stabilirne almeno il sistema; malgrado i ripetuti tentativi fatti, e dal prof. Andreocci e da me per ottenerne cristalli misurabili.

Descriverò dapprima la forma cristallina della *destroacetildesmotroposantonina* e della corrispondente *levacetildesmotroposantonina* fusibili ambedue a 154° e devianti in soluzione il piano della luce polarizzata con uguale intensità e in senso contrario. Esse, unite insieme in quantità equimolecolari, costituiscono un racemo, come è naturale inattivo, della cui forma cristallina posso dare solo un cenno, ma fortunatamente bastevole per fissare, che essa è diversa da quella dei suoi componenti. Oltre alla *destroacetildesmotroposantonina* fusibile a 154°, l'Andreocci preparò un altro isomero pure *destrogiro*, ma fusibile a 156° e con proprietà diverse e minor potere rotatorio. Questo, in unione con la *levacetildesmotroposantonina* fusibile a 154°, in quantità pure equimolecolari, dà origine ad un derivato doppio, che si può considerare come un racemo parziale con lieve potere rotatorio, corrispondente alla metà della somma algebrica di quelli dei componenti che lo costituiscono: questo composto, che è del massimo interesse, si ottenne fortunatamente in bei cristalli, che si prestarono a buone misure.

(1) Vedi Andreocci, *Sui quattro acidi santonosi e sopra due nuove santonine*. Mem. R. Acc. Lincei, ser. V, 2, 1895; A. Andreocci e P. Bertolo, *Sopra due altre desmotroposantonine*. Rend. R. Acc. Lincei, ser. V, 7, 1898, 318 e Gazz. Chim. Ital., 1898, 27; Andreocci, *Stereisomeria delle desmotroposantonine e degli acidi santonosi*. Rend. R. Acc. Lincei, ser. V, 8, 1899, 80.

(2) A. Andreocci, *Sopra un racemo parziale e attivo*. Gazz. chim. ital. 29, 1899, parte I, pag. 513.

*Destroacetildesmotroposantonina (Acetilisodesmotroposantonina)*  
e *Levoacetildesmotroposantonina*



Si presentano come una polvere bianca finamente cristallina, che si scioglie rapidamente nell'alcool e nell'etere acetico. Da quest'ultimo solvente che meglio si prestò, ottenni per separate cristallizzazioni cristalli del composto destrogiro e di quello levogiro. Andreocci fece (loc. cit.) le seguenti osservazioni sopra il potere rotatorio specifico di questi due isomeri:

$$\text{Composto destrogiro } (\alpha)_D^{28} + 122,6$$

$$\text{" levogiro } (\alpha)_D^{27} - 122,9$$

Sistema cristallino: *trimetrico: classe emiedrica.*

$$a:b:c = 0,6984:1:0,9482$$

Forme osservate:  $\{010\}$ ;  $\{110\}$ ;  $\{210\}$ ;  $\{011\}$ ;  $\{012\}$ .

Combinazione unica.

Angoli	n	Misurati		Calcolati
		Limiti	Medie	
210:210	10	38° 4' — 38° 48'	38° 30'	—
012:010	9	64° 18' — 64° 59'	64° 38'	—
110:010	3	54° 46' — 55° 5'	54° 53'	55° 4'
011:010	4	46° 11' — 47° 3'	46° 40'	46° 31'

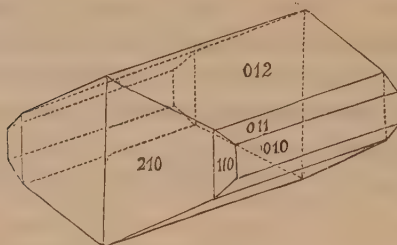


FIG. 1.

L'abito dei cristalli è il prismatico allungato secondo  $[100]$  (v. fig. 1): le facce di  $\{210\}$  e  $\{012\}$  sono più sviluppate e danno migliori riflessi che non quelle di  $\{110\}$  e  $\{011\}$ ; perciò mi son servito delle misure fatte su di esse per calcolare le costanti.



Sfaldatura non osservata.

I cristalli sono incolori trasparenti.

Il piano degli assi ottici è parallelo a (100); la bisettrice acuta è normale a (001). Sopra le facce di  $\{011\}$  si scorge l'uscita di un asse ottico presso a poco normalmente alle medesime.

La doppia rifrazione è positiva.

La dispersione  $\rho < \nu$ .

I cristalli dei due isomeri destro e levogiro sono identici, tanto che nel calcolo mi sono servito di angoli misurati su gli uni e su gli altri; si mostrano però differenti all'esame delle figure di corrosione. Queste, ottenute col medesimo solvente etere acetico, mostrano contorno abbastanza netto, soltanto quando sono piccolissime; sulla faccia (010) si presentano come triangoletti scaleni rettangoli; uno dei cateti molto allungato è parallelo alla direzione  $[100]$  di allungamento, l'altro assai corto è parallelo allo spigolo  $[001]$ ; esaminate contemporaneamente le facce (010) dell'uno e dell'altro isomero, le figure di corrosione si mostrano non sovrapponibili; per questo fatto e per l'assenza in esse di simmetria, ho collocato i presenti cristalli nella classe emiedrica del sistema trimetrico e ciò in conformità con la legge di Pasteur.

*Racemo-acetildesmotroposantonina*

$C^{15}H^{17}O^2 \cdot O \cdot C^2H^3O$  fusibile a  $145^\circ$ .

Risulta dall'unione dei due isomeri precedentemente descritti in quantità equimolecolari ed è, come naturale, inattivo. Sì dall'alcool, che dall'etere acetico, si ottengono cristalli piccolissimi, inadatti a misure goniometriche; tuttavia potei assodare che è certamente diverso, come era prevedibile dai suoi componenti e che probabilmente cristallizza nel *sistema triclino*. Al microscopio i cristalli semplicissimi sembrano risultare dalla combinazione di tre pinacoidi di questo sistema; infatti tutte le facce mostrano estinzione obliqua e diversa l'una dall'altra.

*Destroacetildesmotroposantonina.*

$C^{15}H^{17}O^2 \cdot O \cdot C^2H^3O$  fusibile a  $156^\circ$ .

Ha potere rotatorio diverso dalle due precedentemente descritte; Andreecci (loc. cit.) dà per questo composto il seguente potere rotatorio specifico:

soluz. in acido acetico, glaciale al 10 %  $(\alpha)_D^{24} + 93,6$ .

Malgrado ripetuti tentativi con diversi solventi non fu possibile ottenere da questa sostanza che degli aghi sottili e non terminati all'estremità;

essi sono limitati da 6 facce in zona, due più sviluppate, probabilmente di un pinacoide e quattro più sottili, probabilmente di prisma. Ho potuto constatare una perfetta sfaldatura normale alle facce più sviluppate e parallelamente alla direzione di allungamento. L'estinzione su queste facce è parallela e normalmente ad esse esce la bisettrice ottusa; il piano degli assi ottici è parallelo alla direzione di allungamento.

Per queste proprietà il presente composto si deve con probabilità ritenere *trimetrico*, ma è certamente diverso, dal lato cristallografico, dall'altra destroacetildesmotroposantonina fusibile a 154°. Le due destroacetildesmotroposantonine differiscono anche per il fatto che quella fusibile a 156° presenta, come ebbe a constatare già l'Andreocci, una distinta *triboluminescenza*, mentre quella fusibile a 154° ne è affatto priva.

*Acetildesmotroposantonina doppia e levogira.*  
(*Racemo parziale e attivo*).

$C^{15}H^{17}O^2 \cdot O \cdot C^2H^3O$  fusibile a 142°.

Questo composto deriva, come si è detto, dalla unione delle due acetildesmotroposantonine levogira fusibile a 154° e destrogira fusibile a 156° stereoisomere, ma non appartenenti alla medesima coppia di antipodi e con diverso potere rotatorio. Il composto così ottenuto è levogiro ed ha un potere rotatorio specifico corrispondente alla metà della somma algebrica di quelli dei due acetilderivati, che lo compongono; come risulta dalle seguenti osservazioni di Andreocci (loc. cit.) fatte alla medesima temperatura ed adoperando come solvente l'acido acetico glaciale:

	Punto di fusione	Concentr. soluz. %	Potere rotatorio specifico per ( $\alpha$ ) D24°
Acetil derivato levogiro	154°	10,00	— 119,0
" " destrogiro	156°	10,00	+ 93,6
" " doppio levogiro	142°	7,76	— 12,8

Si ottengono facilmente dall'alcool bei cristalli prismatici tabulari, lucenti, trasparenti, incolori.

Sistema cristallino: *monoclino: classe emimorfa*.

$$a : b : c = 1,5954 : 1 : 0,8602$$

$$\beta = 79^\circ 30'$$

Forme osservate:  $\{100\}$ ;  $\{101\}$ ;  $\{10\bar{1}\}$ ;  $\{110\}$ ;  $\{1\bar{1}0\}$ ;  $\{\bar{1}\bar{1}1\}$ .

Combinazioni:  $\{100\}$ ;  $\{101\}$ ;  $\{10\bar{1}\}$ ;  $\{110\}$ ;  $\{1\bar{1}0\}$ .

$\{100\}$ ;  $\{101\}$ ;  $\{10\bar{1}\}$ ;  $\{110\}$ ;  $\{1\bar{1}0\}$ ;  $\{\bar{1}\bar{1}1\}$ .



Angoli	n	Misurati		Calcolati
		Limiti	Medie	
100:110	7	57°22' — 57°36'	57°29'	—
100:10 $\bar{1}$	5	69°52' — 70°15'	70° 3'	—
10 $\bar{1}$ :1 $\bar{1}\bar{1}$	6	38°54' — 39° 8'	38°57' $\frac{1}{2}$	—
100:101	2	53°40' — 54° 4'	53°52'	53°44'
101:10 $\bar{1}$	1	—	56°25'	56°13'
1 $\bar{1}$ 0:1 $\bar{1}\bar{1}$	3	47°30' — 48° 0'	47°46'	47°43'

In genere le facce danno buoni riflessi e si prestano a discrete misure; i cristalli sono piuttosto appiattiti secondo il pinacoide  $\{100\}$  (vedi fig. 2).

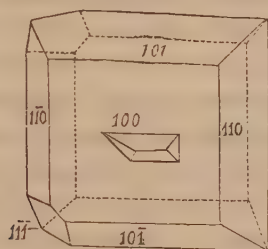


FIG. 2.

Il carattere emimorfo di essi risulta chiaro per la presenza delle due facce dello sfenoide di quarto ordine  $\{\bar{1}\bar{1}1\}$ . Anche le figure di corrosione, ottenute bagnando la faccia (100) con carta da filtro imbevuta di alcool, mostrano l'assenza del piano di simmetria; esse presentano generalmente l'aspetto disegnato nella figura. Non ho potuto, per mancanza di mezzi adeguati, sottoporre i cristalli a ricerche piroelettriche; fortunatamente non vi è bisogno di tale conferma per dimostrare la polarità dell'asse di simmetria.

I cristalli presentano una facile sfaldatura secondo la base  $\{001\}$ , che si presenta soltanto come faccia di sfaldatura, riconoscibile con misure approssimative.

Il piano degli assi ottici è parallelo a (010).

F. St. Kipping e W. J. Pope <sup>(1)</sup> in uno studio sopra la forma cristallina di molti derivati della canfora hanno stabilito le seguenti categorie di forme esteriormente compensate cioè: *racemi*, *pseudoracemi* e *non racemi*,

<sup>(1)</sup> F. St. Kipping e W. J. Pope. *Ueber Racemie und Pseudoracemie* Zeitsch. f. Kryst. u. Min. 30. 443.

le quali corrispondono alle forme, che si possono ottenere in seguito all'unione di due sali, cioè un doppio sale, un miscuglio isomorfo ed una semplice miscela. Il nostro acetilderivato doppio levogiro non si può considerare, secondo forse potrebbe sembrare a prima vista, come un pseudoracemo, almeno nel senso dato a questa parola da Kipping e Pope. Infatti questi autori definiscono il pseudoracemo come un individuo che, tranne qualche piccola differenza angolare, ha quasi le medesime costanti geometriche ed ottiche dei suoi componenti e fonde alla loro medesima temperatura, quando sotto il punto di fusione non si trasforma in racemo.

L'acetildesmotroposantonina doppia levogira si deve invece considerare come un racemo; infatti ha forma cristallina, punto di fusione, solubilità ecc. diversi dai suoi componenti: differisce per altro dai veri racemi, perchè questi componenti non appartengono alla medesima coppia di isomeri antipodi, cristallizzano fra loro diversamente e deviano in senso contrario, ma non in ugual grado, il piano della luce polarizzata; inoltre essa, a differenza ancora dai veri racemi, conserva potere rotatorio. Ritengo quindi che alle categorie formate da Kipping e Pope di pseudoracemi e racemi veri, si debbano aggiungere questi, di cui è tipo l'acetildesmotroposantonina doppia levogira, e che, col nome proposto da Andreocci, chiameremo *racemi parziali ed attivi* risultanti dall'unione di due stereoisomeri, ma per compensazione dell'attività ottica di uno solo dei carboni asimmetrici in questi contenuti. Secondo quanto risulta dall'esame cristallografico di tale racemo parziale ed attivo, sembra che tale parziale compensazione influisca a determinare un assetto molecolare cristallino asimmetrico, del tutto simile a quello che, secondo la legge di Pasteur, si determina nelle sostanze otticamente attive.

Alcuni dei composti qui studiati presentano, secondo le osservazioni di Andreocci <sup>(1)</sup> e le mie, la proprietà di emettere luce, quando i loro cristalli vengono frantumati, proprietà per la quale E. Wiedemann ha proposto il nome di *triboluminescenza*. Nel già citato lavoro di L. Brugnatelli vi sono osservazioni in proposito sopra altri derivati della santonina e sopra altri composti che presentano tale proprietà. L'autore giunge alla conclusione che il fenomeno della triboluminescenza sia in istretta dipendenza non solo dalla attività ottica, ma anche dalla facile sfaldatura dei cristalli. Tali conclusioni mi fu dato di confermare per quel che riguarda i composti da me studiati. Ho potuto osservare infatti:

1. Che le due acetildesmotroposantonine destrogira e levogira, fusibili a 154°, benchè otticamente attive, non presentano triboluminescenza. Nei loro cristalli, come sopra è detto, non si riscontra sfaldatura distinta.

<sup>(1)</sup> A. Andreocci, *Sopra alcune relazioni riscontrate fra l'isomeria ottica e la triboluminescenza*. Gazz. Chim. Ital. 1899. 29, parte I, 516.



2. Che la destroacetildesmotroposantonina fusibile a  $156^{\circ}$ , la quale presenta sfaldatura distinta, ha marcata triboluminescenza con luce giallo-verdastra.

3. Che la racemo-acetildesmotroposantonina, racemo propriamente detto, non presenta triboluminescenza.

4. Che l'acetildesmotroposantonina doppia levogira, racemo parziale ed attivo, presenta cristalli con perfetta sfaldatura e con triboluminescenza spiccata con luce giallo-verdastra. Andreocci (loc. cit.) credette vedere in questa sostanza una triboluminescenza minore che non nella destroacetildesmotroposantonina fusibile a  $156^{\circ}$ ; a me parve uguale, se non maggiore; ma del resto si tratta di un fenomeno poco studiato e per ora certamente non misurabile quantitativamente.

Rendo grazie al prof. L. Bucca per avermi permesso di completare il presente studio, da lungo tempo già quasi ultimato, nel Laboratorio di Mineralogia della R. Università di Catania da lui diretto.

**Chimica-fisica.** — *Ricerche crioscopiche sopra soluzioni di gas in liquidi.* Nota preliminare di FELICE GARELLI e PIETRO FALCIOLA, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

**Fisica.** — *Elettrizzazione di alcuni dielettrici amorfi mediante compressione.* Nota del dott. GIUSEPPE MARTINELLI, presentata dal Socio P. BLASERNA <sup>(1)</sup>.

Nel 1896 il dott. O. M. Corbino nella sua tesi di laurea pubblicata in Palermo, accennava al fatto che il caoutchouc stirato dava segni di elettrizzazione. A. W. Ashton in una Nota — *On the Electrification of Dielectrics by Mechanical Means* <sup>(2)</sup> — riferiva alcune esperienze sulla elettrizzazione di una lamina di caoutchouc sulla quale lasciava cadere un peso di circa Kg. 0,800; la lamina dava segni di elettrizzazione negativa sulla faccia colpita dal peso, positiva sulla faccia opposta. Fenomeni analoghi otteneva stirando con le mani la stessa lamina. Le esperienze del Corbino e dell'Ashton mostrerebbero come possa farsi assumere uno stato elettrico ad un isolante anche amorfo, variando solamente la pressione cui è sottoposto.

<sup>(1)</sup> Ricerche eseguite nell'Istituto fisico della R. Università di Roma.

<sup>(2)</sup> Philosoph. Magaz. Aug. 1901.

Mi sembrò interessante ricercare il fenomeno anche sopra altri dielettrici, e tentare di determinare le leggi che lo regolano.

Nelle mie ricerche mi sono limitato a studiare solo l'effetto di una pressione, senza mai sottoporre i dielettrici ad uno stiramento, sembrandomi che, essendo in questo ultimo caso le due faccie del dielettrico sottoposte ad un identico trattamento, non si fosse in condizioni ben definite per parlare di elettrizzazione di segno diverso sulle due faccie.

Gli isolanti studiati furono: varie specie di Caoutchouc; Vetro; Zolfo; Paraffina; Gomma lacca.

Per la compressione ho seguito differenti metodi:

Una serie di esperienze fu eseguita comprimendo il dielettrico con la caduta brusca di un peso. Il disco dielettrico era tenuto fra due piatti di rame, di cui l'inferiore a terra, il superiore ad una coppia di quadranti di un elettrometro. Sul piatto superiore si lasciavano cadere uno o più dischi di ghisa di determinato peso, avendo cura che non portassero seco delle cariche. Tale disposizione però non permetteva osservazioni sulla faccia inferiore e non permetteva una compressione molto regolare.

Una seconda serie di esperienze fu invece eseguita comprimendo il dielettrico gradatamente, mediante cioè un rapido getto di mercurio, che riempiva un vaso sovrapposto al dielettrico. Questo era sempre tenuto fra due piatti metallici, dei quali ora il superiore, su cui poggiava il vaso, era a terra, l'inferiore all'elettrometro. Per ottenere l'isolamento del piatto inferiore senza porlo a contatto di una superficie dielettrica, che a sua volta compressa avrebbe complicato il fenomeno, io faceva poggiare il piatto sopra gli spigoli di tre piccoli prismi di ebanite, in modo che la superficie dell'isolatore a contatto col piatto fosse trascurabile rispetto a quella del dielettrico studiato. Con opportune disposizioni proteggevo il piatto inferiore ed i fili, che andavano all'elettrometro dalle piccole correnti di aria elettrizzata per la caduta del mercurio. Con questa disposizione non solo ottenni di studiare la faccia inferiore del dielettrico, ma potei sottoporre i corpi alla esperienza inversa, sottraendoli cioè ad una pressione cui erano sottoposti, e ciò sostituendo al vaso, destinato a raccogliere il mercurio, un altro ripieno precedentemente e munito di un rubinetto di efflusso.

L'elettrometro adoperato fu l'elettrometro a quadranti di Thomson con una coppia al suolo, una al dielettrico e l'ago caricato positivamente con una pila secca. Le osservazioni erano fatte con cannocchiale e scala, e per 1 Volta si aveva una deviazione di cm. 3,3. Le deviazioni poi nei limiti delle mie esperienze erano proporzionali ai potenziali.

Nelle singole ricerche ho avuto cura di lasciar trascorrere fra una esperienza e l'altra da 10 a 15 minuti, per dare tempo al dielettrico di riprendere le sue dimensioni, tenendo frattanto congiunti metallicamente i piatti; ho curato inoltre di ripetere ogni esperienza rovesciando il disco isolante dopo averlo



tenuto lungamente scarico perchè riacquistasse, qualora l'avesse perduta, la sua omogeneità, di saldare mediante riscaldamento, quando la natura del corpo lo permetteva (Zolfo, Paraffina, Gomma lacca), il dielettrico ai piatti onde evitare fenomeni di strofinio.

Riferisco ora i risultati ottenuti con i singoli dielettrici:

*Caoutchouc.* — Ho studiato diverse specie di caoutchouc mediante la caduta di un peso di Kg. 3,088 dall'altezza di cm. 2 sopra lamine di caoutchouc del diametro di cm. 12,8. Delle varie specie alcune presentarono sulla faccia colpita dal peso elettrizzazione positiva, altre negativa, oscillando la deviazione dell'elettrometro letta sulla scala da cm. 0,4 a cm. 0,9. A causa però dei fenomeni di strofinio sopra accennati, il segno della elettrizzazione non si è mostrato in ciascuna specie molto costante, ed in una serie di 20 osservazioni ebbi sempre da 4 a 6 osservazioni di segno opposto a quello prevalente nelle altre.

Studiato il caoutchouc con la compressione graduale del getto di mercurio, non ottenni deviazioni apprezzabili.

*Vetro.* — A causa del suo grande potere igroscopico, per questo dielettrico adoperai invece del solito disco fra i piatti metallici una disposizione, che mi permetteva di rendere ben secca la superficie laterale del dielettrico. Con la caduta di Kg. 3,088 da cm. 2, ottenni una elettrizzazione negativa sulla faccia colpita dal peso con una deviazione media dell'elettrometro di cm. 0,4. Anche per il vetro ebbi nella stessa proporzione che per il caoutchouc, divergenze dal segno negativo.

*Zolfo.* — Con un disco di Zolfo (diam. cm. 12,8, spess. cm. 3) compresso dalla caduta di un peso di Kg. 3,088 da cm. 2, ottenni sulla faccia colpita una elettrizzazione negativa ed una deviazione media di cm. 1,60.

Anche per lo zolfo sebbene saldato ai piatti si ebbero alcune divergenze dal segno negativo, che credo potersi attribuire alla fragilità dell'isolante, per la quale piccole particelle doveano staccarsi dalla massa totale ed andare ad urtare contro i piatti.

La compressione per mezzo del mercurio non mi diede risultati apprezzabili.

*Paraffina.* — Facilmente fusibile, sufficientemente plastica, ho potuto con questa sostanza ripetere le esperienze sopra un grande numero di dischi di varie dimensioni; non fragile, ho potuto sottoporla a forti pressioni senza che si deteriorasse. Nella seguente tabella riporto quattro serie di esperienze indicando per ciascuna le dimensioni del disco, i pesi comprimenti e le altezze da cui cadono. Si noti che nelle colonne 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> come nella 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> rimane costante il disco e varia la forza comprimente; nella 1<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> è costante la forza e varia la superficie compressa. Il segno  $+$  sta ad indicare che si tratta di elettrizzazione positiva.

TAB. A.

Diam. cm. 12,8 - spess. cm. 2 Kg. 3,038 - cm. 2	Diam. cm. 12,8 - spess. cm. 3 Kg. 3,088 - cm. 8	Diam. cm. 6,5 - spess. cm. 2 Kg. 3,088 - cm. 2	Diam. cm. 6,5 - spess. cm. 2 Kg. 5,830 - cm. 2
+ 1,85	+ 3,50	+ 0,20	+ 0,25
0,75	2,45	0,20	0,30
1,70	5,00	0,10	0,20
0,75	1,80	0,10	0,40
1,40	2,50	0,10	0,40
2,00	2,60	0,30	0,30
1,00	3,05	0,20	0,10
0,50	3,50	0,15	0,10
0,75	4,50	0,10	0,35
0,50	3,00	0,20	0,35
1,80	3,55	0,15	0,40
1,75	2,55	0,15	0,20
0,80	2,50	0,25	0,35
1,35	3,00	0,25	0,20
0,70	1,85	0,15	0,20
1,05	3,45	0,20	0,20
0,90	2,50	0,20	0,35
1,85	3,15	0,15	0,40
0,50	4,05	0,15	0,25
0,50	2,50	0,15	0,20
Media + 1,20	Media + 3,05	Media + 0,17	Media + 0,28

La costanza del segno positivo è in questo dielettrico assolutamente perfetta.

Studiata la paraffina col getto di mercurio, ebbi sulla faccia inferiore una elettrizzazione negativa ed una deviazione elettrometrica media di cm. 0,015.

*Gomma lacca.* — La gomma lacca presentò il fenomeno nelle dimensioni più grandi e si prestò quindi assai bene per essere studiata con le piccole compressioni dovute al getto di mercurio. Essa però, unico fra gli isolanti studiati, presenta una curiosa anomalia. Fuso il disco di gomma, esso è atto allo studio sopra una sola delle sue faccie, presentando sull'altra il fenomeno dimensioni assai più piccole, poca regolarità e per lo più elettrizzazione di segno diverso: la faccia, per così dire, regolare è la positiva o la negativa, a seconda dei dischi. Nella tabella seguente riporto due serie eseguite cambiando dall'una all'altra la faccia colpita dal peso.



TAB. B. — (Diam. cm. 12,8 spess. cm. 2 — Kg. 3,088 cm. 2).

1 <sup>a</sup> faccia	2 <sup>a</sup> faccia
+ 3	— 1,40
+ 3	— 1,20
+ 5	— 0,50
+ 2,70	— 1,40
+ 1,60	+ 1,20
+ 2,00	— 1,60
+ 2,20	— 1,60
+ 2,50	— 1,25
+ 1,60	— 1,35
+ 1,30	— 0,00
+ 2,10	— 0,60
+ 1,70	— 1,55
+ 4,10	— 1,25
+ 1,65	— 1,35
+ 1,30	— 0,55
+ 2,95	— 1,20
+ 3,35	+ 1,20
+ 2,75	— 0,60
+ 2,10	— 1,30
+ 1,60	— 1,50
Media + 2,42	Media — 1,18

Nelle due tabelle che seguono espongo invece alcune serie di esperienze eseguite sopra un disco di gomma più piccolo (diam. cm. 6,5, spess. cm. 2). Nella prima tabella il disco dielettrico è stato compresso gradatamente mediante il getto di mercurio, nella seconda invece è sottratto mediante l'efflusso del mercurio ad una pressione preesistente. Per ogni serie è indicata la quantità in peso di mercurio caduta nel vaso o lasciata scorrere per sgravare il dielettrico.

TAB. C.

Kg. 1,385	Kg. 2,975	Kg. 3,825
+ 0,10	+ 0,20	+ 0,22
0,10	0,20	0,30
0,12	0,30	0,25
0,09	0,28	0,20
0,08	0,25	0,35
0,10	0,24	0,27
0,05	0,21	0,25
0,09	0,30	0,25
0,08	0,22	0,29
0,07	0,20	0,20
0,09	0,24	0,28
0,11	0,30	0,30
0,06	0,26	0,25
0,10	0,20	0,24
0,10	0,18	0,25
0,12	0,23	0,22
0,07	0,20	0,26
0,09	0,27	0,30
0,10	0,23	0,24
0,08	0,20	0,20
Media + 0,09	Media + 0,23	Media + 0,25

TAB. D.

Kg. 0,800	Kg. 1,600	Kg. 3,200
— 0,02	— 0,08	— 0,15
0,02	0,08	0,15
0,01	0,10	0,15
0,02	0,08	0,16
0,02	0,09	0,15
0,01	0,11	0,14
0,02	0,08	0,17
0,02	0,11	0,15
0,01	0,08	0,15
0,03	0,10	0,15
0,02	0,09	0,15
0,01	0,07	0,14
0,01	0,11	0,16
0,03	0,10	0,14
0,02	0,10	0,17
0,01	0,09	0,14
0,01	0,10	0,15
0,03	0,09	0,15
0,02	0,09	0,16
0,01	0,09	0,14
Media — 0,02	Media — 0,09	Media — 0,15

Riassumendo, osservo dapprima come nei risultati ottenuti con i due metodi, urto e compressione graduale, non si riscontrino differenze sostanziali, ma solo per il secondo metodo maggiore regolarità e concordanza nelle deviazioni elettrometriche dovute alla maggiore regolarità della forza comprimente; quanto poi alla esistenza ed alle leggi del fenomeno, osserverò che dei dielettrici presi in considerazione solo la paraffina e la gomma lacca si sono prestati ad uno studio abbastanza completo, mentre per gli altri, a causa di fenomeni di strofinio, che complicavano le osservazioni, mi sono dovuto limitare soltanto a constatare l'esistenza di una elettrizzazione dovuta a compressione. Riferendomi pertanto specialmente alle esperienze eseguite su i due ultimi coibenti, dirò:

1°. Che i varî dielettrici assumono sulla faccia colpita dal peso o su cui poggia il vaso, che riceve il liquido comprimente, uno stato elettrico di segno definito, variabile da un dielettrico all'altro, ed uno stato di segno opposto sull'altra faccia.



2°. Che osservando le tabelle C e D riferentisi alla gomma lacca si si trova che, se invece di comprimere, si sgrava un dielettrico, il segno della elettrizzazione cambia.

3°. Che le esperienze sulla paraffina (tab. A) dimostrano che la carica che si manifesta sopra una faccia cresce al crescere della estensione di questa.

4°. Che dalla tab. A e con maggiore evidenza dalle C e D, risulta come le dimensioni del fenomeno dipendano strettamente dalla intensità della forza comprimente e crescano al crescere di questa.

Pertanto, ammettendo che il fenomeno osservato nei dielettrici che formavano l'oggetto di queste ricerche si verifichi anche negli altri dielettrici amorfi, sembra lecito concludere che:

« Se si sottopone un disco dielettrico amorfo ad una pressione (che può « essere un urto come la caduta brusca di un peso, o una compressione « gradatamente crescente come la caduta di un liquido in un vaso poggiato « sul dielettrico) si manifesta sulla faccia del disco colpita dal peso o su cui « posa il vaso, che riceve il liquido compressore, una carica di determinato « segno proprio per ciascun dielettrico ed una carica di segno opposto sulla « faccia opposta. Queste cariche aumentano al crescere della estensione della « superficie compressa e al crescere della forza comprimente. — Se invece « di comprimere il dielettrico, lo si sottrae ad una pressione cui era sotto- « posto, si manifestano analoghi fenomeni, ma i segni sono invertiti ».

Sembra strano trovare fenomeni di tale natura in corpi amorfi nei quali tutte le direzioni, a differenza di ciò che accade nei corpi cristallizzati, sono per così dire uguali fra loro, e sorge spontanea la domanda perchè l'elettricità di un segno si porti sopra una faccia e quella di segno opposto sull'altra. Credo pertanto che il fenomeno sia appunto legato e quindi forse spiegabile con la dissimmetria, che si produce nel dielettrico al momento della pressione: la compressione brusca per la caduta di un peso od anche la compressione graduale ottenuta p. es. col mercurio, propagandosi attraverso la sostanza, produrranno una stratificazione, per così dire, di diversa densità, e con ciò una dissimmetria nella massa del dielettrico, dissimmetria che spiegherebbe forse in parte la presenza del fenomeno.

Quanto alla anomalia riscontrata nella gomma lacca, si potrebbe forse spiegare supponendo che nella fusione essa assuma una specie di forma cristallina, che darebbe luogo a questa polarità propria della sostanza; in tale caso il fenomeno da me studiato sarebbe complicato da un vero fenomeno piezoelettrico.

**Fisica.** — *Per l'estensione di una legge acustica.* Nota di EMILIO ODDONE, presentata dal Socio P. BLASERNA.

È nota la legge che uno scuotimento periodico dell'aria, prodotto in qualsiasi modo, dà luogo al fatto singolare ed inatteso, che oltre alle vibrazioni dell'aria di quel periodo avvengono contemporaneamente una serie di vibrazioni più rapide armoniche rispetto alle prime.

Tale legge intuita dall'Helmholtz, fu verificata nell'aria mediante i risuonatori che portano tale nome; ma se da quell'esperienze la legge può dirsi verificata nei fluidi, nelle corde e nelle lastre vibranti, altrettanto non può dirsi nell'interno dei solidi indefiniti e non credo si sia mai inteso di prove dirette che nello scuotimento interno di un solido intervengano pure le armoniche. Sia che una verifica non offrisse interesse primario, sia che richiedesse esperienze su vasta scala, non venne mai eseguita.

Oggetto della presente Nota è di narrare alcuni fatti che a prima vista non sembrano avere relazione coll'argomento, ma che invece possono condurre alla verifica di quella legge. Questi fatti sono tratti dalla sismometria. In questo caso il solido indefinito è il solido terrestre, gli scuotimenti sono prodotti dai sismi tellurici e gli apparecchi sismici fanno da risuonatori. Tutto si riduce a ricercare se negli scuotimenti naturali del suolo si verifica la legge di Helmholtz, ossia se gli scuotimenti primari accludono le armoniche. La ricerca non ha meno interesse per la sismometria, in quanto può giovare all'interpretazione dei sismogrammi non solo, ma altresì recar luce intorno la genesi dei sismi. Dovrebbero essere infatti le armoniche a caratterizzare il modo col quale fu scosso il mezzo, se per percussione, strappo, od esplosione; analogamente come nel suono, sono le armoniche che individuano il timbro o il metallo.

Non possiamo esimerci da un'ipotesi: essa è base del nostro ragionamento, e se posta in dubbio a pari ragione dovrà dirsi dubbia la dimostrazione. L'ipotesi consiste nel ritenere che nell'area epicentrale avvengano pressochè simultaneamente quante ondulazioni si contengono a distanza in una qualunque delle grandi divisioni in cui si scompone un sismogramma alle stazioni lontane. Sappiamo che un sismogramma di terremoto lontano consta di quattro parti, che con nomenclatura poco esatta si denominarono parti preliminari, principale e finale. Vuolsi che le successive, non siano che la ripetizione della prima parte, da cui solo differenziano nel periodo e nell'ampiezza. Detto altrimenti, molti ritengono che la porzione principale prenda origine da onde superficiali ed invece la prima parte preliminare origini da onde provenienti direttamente dall'ipocentro, ma vogliono che i due sistemi

di onde rispecchino le stesse modalità, e pari relazioni presentino le parti finali che sarebbero immagini od echi delle prime. L'ipotesi può anche enunciarsi dicendo che nell'area epicentrale<sup>(1)</sup>, la massima parte delle onde, specie le onde lente, sfuggono alla registrazione a motivo di sovrapposizione, mentre compariscono via via col crescere della distanza, in virtù di un fenomeno di dispersione che può avere cause parecchie<sup>(2)</sup>.

Questa dispersione a distanza separerà le onde e quindi le armoniche se esistono, cosicchè non si tratta più di mettere, come in acustica coi risuonatori, in evidenza una data onda nel cumulo di onde, ma semplicemente basterà confrontare i periodi nelle varie fasi dei sismogrammi, e vedere se sono armonici, se cioè i numeri d'oscillazione al secondo di caduna fase stanno tra loro nel rapporto dei numeri semplici. Se ciò si verifica, in base all'ipotesi enunciata, potremo parlare di un'estensione della legge Helmholtz ai solidi.

In questo studio, non era detto che le medie tratte da molti sismogrammi accrescessero la precisione dei risultati. Per l'influenza che la diversa intensità del fenomeno sismico e la varia distanza hanno sullo svolgersi dei sismogrammi e sul valore dei periodi apparenti, potevo incorrere nel rischio di fare le medie di periodi non appartenenti alla stessa fase. Le medie saranno solo possibili con materiale meglio vagliato e paragonabile. Per intanto, trattandosi della sola rozza ricerca del fenomeno, m'accontenterò di analizzare alcuni sismogrammi ottenuti in località e con apparecchi diversi.

(1) Diciamo area epicentrale e non ipocentrale, perchè si ritiene che in questa avvengano solo onde rapide, mentre alla superficie, secondo molti sismologi, convergono le onde rapide ipocentrali ed inoltre per effetto di quelle si formano le onde lente. All'ipocentro il movimento durerebbe solo brevi secondi, ma all'epicentro, dovendosi mettere in moto una grande area, il moto durerebbe parecchie diecine di secondi. Non ci pronunziamo in merito, ma ricordiamo in proposito, che nei *Results of the orizontal Pendulum observations of earthquakes*, « July 1899, Tokyo » a pag. 42, il prof. Omori asserisce d'aver registrato anche nei terremoti vicini delle ondulazioni lente del periodo di 35 secondi.

(2) Togliamo la parola dispersione a prestito dall'ottica, senza intendere che la dispersione sismica sia analoga alla dispersione ottica. Il solido terrestre potrà avere per le onde meccaniche vero potere dispersivo, ma la dispersione può anche nascere per altre cause. Non contraddice all'esistenza d'un potere dispersivo terrestre il fatto che l'esperienza esclude che i suoni d'altezza diversa si propagano nell'aria e nell'acqua con rapidità molto diversa, e questo perchè noi abbiamo solo sperimentato entro distanze consentibili all'audizione e non sappiamo quel che succederebbe a grosse distanze, per esempio alle distanze dove arrivano i telesismi. La dispersione sismica potrebbe avere d'altra parte per causa la varia velocità nel mezzo eterotropo. Potrebbe ancora dipendere da relazione tra l'intensità di vibrazione e la velocità di propagazione. Nel classico trattato di J. Milne, *Earthquakes*, London 1886, l'A. raccoglie varie osservazioni per dimostrare che le maggiori velocità di propagazione corrispondono ai maggiori impulsi. Non citate dall'A. sono le esperienze di Régnault, sull'aria, che conducono a conclusioni analoghe (Régnault, *Rélation des expériences* ecc., tomo 3).



Del pari mi limiterò a quella parte dei sismogrammi dove i periodi, per essere men rapidi, offrono cifre più sicure. Basteranno pochi esempi per mostrare quanto d'interessante vi è nel fenomeno.

Come primo esempio, scelgo la parte principale del sismogramma tracciato dai pendoli orizzontali di Roma, addì 19 aprile 1902 in occasione del terremoto capitato al Guatemala alla distanza di 10,000 chilom. Ebbene tale porzione si presenta appunto formata da una serie di fasi, in ognuna delle quali il periodo rimane circa costante; pur diminuendo da una fase all'altra. Così due onde hanno il periodo di circa 33 sec., quattro onde il periodo di 26<sup>s</sup>,5, altre il periodo medio di 19<sup>s</sup>,5.

Andamento analogo troviamo volgendo a quell'altro sismogramma descritto dagli stessi apparecchi addì 9 ottobre 1900 in occasione del terremoto capitato all'Alaska distante 8600 chilom. La parte principale del diagramma consta di due onde del periodo di 49<sup>s</sup>,3 e successivamente abbiamo cinque onde col periodo di 34<sup>s</sup>,6, cinque onde col periodo di 26<sup>s</sup>,2 e numerose altre del periodo medio di 20<sup>s</sup>,8 circa. In questi due esempi i periodi trascritti, si presentano circa come i sottomultipli di un ipotetico e strano periodo fondamentale di circa 101<sup>s</sup>. Abbiamo infatti:

Nel primo esempio:

$$3 \times 33^s = 99^s$$

$$4 \times 26^s,5 = 106^s$$

$$5 \times 19^s,5 = 97^s,5$$

E nel secondo esempio:

$$2 \times 49^s,3 = 98^s,6$$

$$3 \times 34^s,6 = 103^s,8$$

$$4 \times 26^s,2 = 104^s,8$$

$$5 \times 20^s,8 = 104^s$$

Trarremo un terzo esempio da un sismogramma ottenuto in altra località e con altro apparecchio. Si tratta del sismogramma del terremoto lontanissimo del 25 maggio 1901 registrato a Padova col Microsismografo Vicentini (\*).

La parte principale di quel diagramma mostra che nella componente est-ovest si può rinvenire la serie accennata e trovare successivamente quattro oscillazioni del periodo medio di 52<sup>s</sup>, dodici onde del periodo medio di 33<sup>s</sup>,7, poi sinuosità leggerissime molto lente, poi ventitre onde del periodo medio di 20<sup>s</sup>,4, tre onde col periodo medio di 17<sup>s</sup>,2 e finalmente altre otto onde del periodo di 15<sup>s</sup>,5. — Nella componente nord-sud si possono rilevare periodi analoghi e cioè di 50<sup>s</sup>, di 27<sup>s</sup>, di 19<sup>s</sup>, di 17<sup>s</sup>.

Come negli esempi già citati, il prodotto di questi periodi medi pei numeri semplici è circa costante, altrimenti detto i successivi periodi sono

(\*) Bollettino sismografico dell'Istituto di Fisica della R. Università di Padova. Anno 1901.

armonici della cifra che indica quel prodotto. Abbiamo infatti:

$$\begin{array}{ll} 2 \times 51^s = 102^s & 5 \times 19^s,7 = 98^s,5 \\ 3 \times 33^s,7 = 101^s,1 & 6 \times 17^s,2 = 103^s,2 \\ 4 \times 27^s,0 = 108^s & 7 \times 15^s,5 = 108^s,5 \end{array}$$

Quanto sopra è descritto si ritrova su per giù in tutti i sismogrammi dei terremoti lontanissimi. Quasi sempre, lungo la parte principale dei sismogrammi i periodi decrescono per fasi e sempre tali periodi possono combinarsi in serie armonizzanti tra loro, oppure con qualche variabile periodo fondamentale. Ricordo tra le altre, la serie di 40, 20, 13 e 10 secondi.

Piacemi dare un ultimo esempio, e lo scelgo nelle relazioni date dal professor Omori dei sismogrammi dei maggiori e più distanti terremoti registrati a Tokyo dal 4 settembre 1899 al 22 settembre 1902 (<sup>1</sup>). — Da questo spoglio risulta di nuovo che nella parte principale dei sismogrammi è possibile di considerare i primi periodi come legati da relazione armonica coi successivi. La mancanza di alcuni termini appoggia anzichè menomare il fenomeno, e certe ambiguità nelle armoniche possono naturalmente dipendere dalla variabilità delle fondamentali. Riferendomi alla serie già accennata nei precedenti esempî, dirò che non solo nei singoli sismogrammi, si svolgono varî termini di quella serie, ma anche nei valori medî, dedotti da dieci sismogrammi, si ritrova quella serie nelle cifre di 52,4 — 33,9 — 24,0 — 21,3 — 15,2 — 13,4 — 12,3 secondi. Le armoniche accennano fino alla settima, ed ottava sempre che quest'ultime non appartengano a fondamentali men lente.

Abbiamo fin qui considerato i soli sismogrammi di terremoti lontanissimi, ma anche guardando ai sismogrammi dei terremoti men lontani nei quali le onde più lente sono ancora sovrapposte ad altre men lente, si riscontrano degli esempî di armoniche; soltanto i primi periodi della parte principale sono minori degli analoghi periodi nei terremoti lontanissimi.

Siamo lungi dall'insistere sul valore assoluto delle cifre. Se per avere consultato un materiale limitato e non ben classificato, e se per essere difficile evitare l'arbitrio in divisioni di tal genere, le serie armoniche non sono quelle da noi messe in cifre, non di meno l'esistenza delle armoniche ha probabilità di costituire un fatto reale. L'essere il numero delle onde men lente, in tutti i casi, maggiore del numero delle onde lente, parla in favore del fenomeno che crediamo aver messo in luce.

Se le ulteriori investigazioni confermeranno questo modo di vedere, sarà possibile una più razionale divisione dei sismogrammi in fase. Nota la successione normale dei periodi, decrescenti p. es. da sinistra a destra, dovrebbero i

(<sup>1</sup>) *Publication of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages*, n. 13. Tokyo.

periodi dei terremoti lontanissimi avvicinarsi più alle cifre di sinistra ed i periodi dei terremoti men lontani accostarsi più alle cifre di destra, in altri termini esservi relazione tra le distanze dell'ipocentro e la posizione del sismogramma rispetto una scala normale.

Per quanto forma l'oggetto della presente Nota, non vi sarebbe ragione perchè la legge intraveduta non avesse a verificarsi nelle prime parti del sismogramma, se in base all'ipotesi premessa, la parte principale, con altre costanti, rispecchia le modalità di quelle parti.

Si potrebbe allora concludere « che nei solidi, tanto per uno scuotimento interno, quanto per uno scuotimento alla loro superficie esterna, nei due casi, vale la legge che Helmholtz ha trovato pel timbro, e cioè che nello scuotimento, oltre alle vibrazioni di quel periodo, coesistono le vibrazioni armoniche atte a caratterizzare il modo di scuotimento ».

**Fisica terrestre.** — *Sulla variazione del campo magnetico orizzontale terrestre coll'altezza sul livello del mare.* Nota del dott. A. POCHETTINO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Le recenti ricerche sulla distribuzione delle forze magnetiche terrestri, hanno più che mai resa interessante la ricerca della variazione del campo magnetico della terra coll'altezza sul livello del mare. Dallo studio di tutto il nuovo materiale d'osservazione lo Schmidt <sup>(1)</sup> giunge ad un risultato di capitale importanza, che cioè, malgrado la parte essenziale delle forze magnetiche terrestri sia da riguardarsi come dovuta all'interno della terra, circa  $\frac{1}{40}$  però della forza totale viene generato all'infuori di esso e che la sua ragione d'essere deve, forse, essere ricercata nei fenomeni elettrici che si compiono nell'atmosfera; ciò appare tanto più verosimile ora che le nuovissime ricerche su questi fenomeni hanno condotto ad ammettere l'esistenza di vere e proprie correnti nell'atmosfera.

La teoria di Gauss <sup>(2)</sup>, nell'ipotesi che le cause della magnetizzazione terrestre siano interne alla terra, permette di calcolare la variazione della componente orizzontale del magnetismo terrestre coll'altezza sul livello del mare; per le nostre regioni essa dovrebbe essere circa di 0,0001 unità per ogni 1000 metri di elevazione.

Sperimentalmente la questione venne studiata da molti per cercare di controllare coi dati dell'esperienza questo risultato puramente teorico, e il risultato quasi generalmente concorde di tutte le misure compiute è che

<sup>(1)</sup> Aër. Mitth. 1901 pag. 188; Ebert H., *Magnetische Messungen in Ballon.*

<sup>(2)</sup> Sitz. Ber. d. Wiener Akademie, 107, II, pag. 753, 1898; Liznar, *Ueber die Änderung der erdmagnetischen Kraft mit der Höhe.*



realmente esiste una diminuzione della componente orizzontale coll'altezza sul livello del mare, ma è notevole il fatto che le misure più attendibili fatte nelle migliori condizioni assegnerebbero a questa diminuzione un valore molto maggiore di quello che risulta dalla teoria di Gauss.

Nessun dubbio può quindi ormai più sussistere che questa diminuzione esista, poichè se anche nell'interno delle montagne si trovassero delle masse di materiale magnetico, queste dovrebbero portare un aumento nella componente orizzontale sulla sommità, anzichè una diminuzione; rimane però la questione dell'ammontare di questa variazione.

In una mia Nota precedente <sup>(1)</sup> ho riferito sui risultati di alcune misure relative della componente orizzontale del magnetismo terrestre compiute durante l'estate del 1899 nel gruppo del Gran Sasso d'Italia e precisamente nelle seguenti località: Assergi, Grotta dell'Oro, Rifugio del C. A. I., vetta di M. Corno, con un dislivello massimo di 2100 metri, una differenza massima in latitudine di 3',99, e di 3',17 in longitudine. La conclusione di quelle misure, eseguite alternativamente in basso e in alto a pochi giorni d'intervallo, fu che la diminuzione della componente orizzontale è anche in questa località marcata, e ammonta a circa 0,0005 unità per un'elevazione di 1000 metri. Per giungere però a risultati comparabili fra di loro, essendo abbastanza notevoli le differenze in longitudine e in latitudine fra le varie stazioni d'osservazione, usate durante quella ricerca, io avevo dovuto calcolare per mezzo di successive approssimazioni dalle misure fatte dai professori Keller, Chistoni, Palazzo e Folgheraiter i gradienti della componente orizzontale colla latitudine e colla longitudine in Italia, per ridurre poi tutte le osservazioni alla stessa verticale. M'ero proposto in seguito di continuare la ricerca sullo stesso gruppo del Gran Sasso d'Italia facendo osservazioni tutto all'intorno del massivo principale, ma l'enorme sviluppo di questo comprendente un circuito di quasi 100 chilometri e la difficoltà d'accesso in certe località, m'impedirono di portare a compimento la ricerca che m'ero prefisso di fare, e perciò pensai di cercare una regione ove queste misure potessero effettuarsi in stazioni non troppo differenti in longitudine e latitudine, con un notevole dislivello fra di loro e che infine non presentassero rocce magnetiche che potessero turbare le misure.

Credo di aver trovato due buone stazioni nel gruppo del M. Rocciame-lone nelle Alpi Graie e intendo ora riferire sulle misure che vi ho compiute nell'ottobre del 1902.

Le due stazioni sono le seguenti:

I. *Abbazia di S. Eldrado nel Comune di Novalesa*: La stazione trovasi all'estremo limite est del giardino dell'Abbazia, su roccia micascistosa coperta di terriccio; le sue coordinate geografiche sono: longitudine 0°,40',30''

<sup>(1)</sup> Rend. Accad. Lincei, VIII (5), pag. 204, 1899.

ovest dell'Osservatorio di Torino, latitudine:  $45^{\circ}10'33''$  nord, altezza sul livello del mare: circa 900 m.

II. *Colle delle Marmotere*. La stazione trovai un po' a sud-est di questo colle che si apre nei calcescisti alpini che costituiscono la cresta del gruppo del Rocciamelone, proprio sul confine franco-italiano; le coordinate del punto d'osservazione sono: longitudine  $0^{\circ}37'0''$  ovest dell'Osservatorio di Torino, latitudine:  $45^{\circ}12'28''$  nord, altezza sul livello del mare circa 3400 m.

Le due stazioni differiscono dunque in longitudine di  $3'5$ , in latitudine di  $1'9$ , in altezza poi di circa 2500 metri; rispetto quindi alle stazioni del Gran Sasso d'Italia queste presentano il vantaggio di una differenza in altezza maggiore e di una differenza in latitudine minore, ciò che soprattutto importa essendo il gradiente in latitudine per questa regione di circa 0,00035 per  $1'$ .

Gli strumenti adoperati in queste misure sono due magnetometri: l'uno di grande modello, gentilmente imprestatomi dal prof. A. Naccari dell'Università di Torino, costruito dalla Ditta Salmoiraghi di Milano; l'altro favorito dal prof. Palazzo è il piccolo magnetometro da viaggio che lo stesso prof. Palazzo fece costruire dal Salmoiraghi per lo studio delle perturbazioni magnetiche locali. Ambedue sono muniti di magneti tubolari, modello Schneider, con scala incisa o fotografata su un vetro applicato all'estremità nord. Il primo magnetometro ha un magnete che porta come distintivo incise le lettere N3 W8, il secondo un magnete distinto colla scritta 502 A.

Con ogni cura vennero determinati i due coefficienti termici  $a$  e  $b$  della formula:

$$M_t = M_o (1 - at - bt^2)$$

per i due magneti usati. Essi vennero dedotti col metodo dei seni, portando i due magneti successivamente alle seguenti temperature:

$$0^{\circ}, 20^{\circ}, 40^{\circ}, 20^{\circ}, 0^{\circ}, 20^{\circ}, 40^{\circ}, 20^{\circ}, 0^{\circ}$$

ed osservando le deviazioni da essi prodotte, alle diverse temperature, su un piccolo magnete orizzontale, alla distanza di 22 centimetri. Dalle 9 misure di deviazione così eseguite si determinarono i due coefficienti  $a$ ,  $b$ , medi fra le temperature  $0^{\circ}$  e  $40^{\circ}$  per i due magneti.

Ne risultò pel magnete 502 A del magnetometro Palazzo la formola:

$$M_t = M_o (1 - 0,0003400 t - 0,00000092 t^2)$$

e per il magnete N3 W8 Salmoiraghi la formola:

$$M_t = M_o (1 - 0,0003730 t - 0,00000007 t^2)$$

mediante le quali vennero corrette le durate di oscillazione osservate.

Affine di rendere sempre più attendibili i risultati, le misure vennero compiute così: Dapprima si fece alla stazione inferiore una serie di confronti fra le durate di oscillazioni dei due magneti, quindi il magnetometro Palazzo venne portato sul Colle delle Marmotere e qui furon fatte due serie di misure, mentre *contemporaneamente* in basso si facevano due corrispondenti serie col magnetometro Salmoiraghi, quindi si ripeté in basso di nuovo un altro confronto fra i due magnetometri. Possiamo così confrontare le durate di oscillazione in basso e in alto del magnete 502 A, e confrontare il valore della durata d'oscillazione del magnete 502 A alla stazione superiore con quella che *in quello stesso istante* avrebbe avuto alla stazione inferiore.

La durata d'oscillazione venne determinata col solito metodo usato dal prof. Palazzo nei suoi viaggi per la carta magnetica d'Italia, che dà la media 20 gruppi di 100 oscillazioni l'una, 10 in senso pari e 10 in senso dispari.

Riporto qui ora le medie durate di una oscillazione, corrette per la temperatura, ricavate da gruppi di 3 serie di oscillazioni l'una:

### Confronto fra i due magnetometri.

*Luolo d'osservazione:* Abbazia della Novalesa.

Prima della salita:

Dopo la salita:

*Giorno:* 14 Ottobre

*Giorno:* 17 Ottobre

Magnete 502 A    Magnete N3 W8

Magnete 502 A    Magnete N3 W8

<sup>s</sup>  
3, 8014

<sup>s</sup>  
4, 3336

<sup>s</sup>  
3, 8008

<sup>s</sup>  
4, 3332

3, 8012

4, 3338

3, 8013

4, 3336

3, 8015

4, 3340

3, 8011

4, 3333

3, 8013

4, 3334

4, 3335

3, 8010

4, 3333

*Giorno:* 18 Ottobre

Media 3, 80128

3, 8014

4, 3337

3, 8011

4, 3334

Media 3, 80114

Risulta quindi fra le due durate d'oscillazione un rapporto eguale a

$$\frac{4, 33351}{3, 80121} = 1, 14003.$$



Veniamo ora alle misure comparative fra l'Abbazia della Novalesa e il Colle delle Marmotere.

*Giorno*: 16 Ottobre, dalle ore 11,50' alle 14.

Colle delle Marmotere.	Abbazia della Novalesa
Magnete 502 A	Magnete N3 W8
3, 8135	4, 3336
3, 8136	4, 3341
3, 8132	4, 3334
3, 8134	4, 3338
Media 3, 81342	Media 4, 33372

Possiamo procedere ora al calcolo del rapporto  $\frac{H}{H'}$ , chiamando con  $H$  e  $H'$  rispettivamente i due valori della componente orizzontale nelle due località, confrontando la durata d'oscillazione del magnete 502 A sul Colle delle Marmotere, colla durata d'oscillazione che esso avrebbe avuta nella stessa ora all'Abbazia della Novalesa, dato che in quell'ora il magnete N3 W8 aveva una durata d'oscillazione di 4<sup>s</sup>,33347, e che il rapporto fra le durate d'oscillazione dei due magneti è di 1,14003.

Otteniamo così:

$$\frac{H}{H'} = \frac{(3,81342)^2}{(3,80141)^2} = 1,00633.$$

Se ora confrontiamo la durata d'oscillazione del magnete 504 A sul Colle delle Marmotere, colla media delle durate d'oscillazione del magnete stesso prima e dopo la salita, troviamo:  $\frac{H}{H'} = 1,00640$ .

La buona concordanza dei due risultati ci prova come in quei giorni non vi siano state in quella regione perturbazioni magnetiche di sorta. Noi abbiamo dunque come valore del rapporto  $\frac{H}{H'}$  il numero 1,00633.

Bisogna ora però applicare le correzioni per la differenza in longitudine e latitudine.

Dalle stazioni seguenti che sono le più prossime al M. Rocciamelone ove siano state fatte misure magnetiche assolute:

<i>Aosta</i> :	$\varphi = 45^{\circ}. 44',0$	$-\lambda = 7^{\circ}. 18',8$	$-h = 588^m$	$-H = 0,21093$
<i>Ivrea</i> :	$\varphi = 45^{\circ}. 28',5$	$-\lambda = 7^{\circ}. 52',2$	$-h = 269^m$	$-H = 0,21062$
<i>Bardonecchia</i> :	$\varphi = 45^{\circ}. 4',6$	$-\lambda = 6^{\circ}. 42',4$	$-h = 1300$	$-H = 0,21192$
<i>T. Pellice</i> :	$\varphi = 44^{\circ}. 49',2$	$-\lambda = 7^{\circ}. 13',8$	$-h = 515$	$-H = 0,21442$

applicando come correzione approssimativa per la riduzione al livello del mare 0,0005, si ricavano all'incirca i seguenti valori per queste correzioni:

+ 0,00007 per ogni primo di differenza in longitudine andando verso est,  
+ 0,00037 per ogni primo di differenza in latitudine andando verso sud.

Per quanto queste stazioni per la natura del suolo non siano le più adatte, per il calcolo di queste correzioni, pure i numeri ottenuti, così simili a quelli già trovati per le altre regioni d'Italia, m'inducono ad usarli senz'altro, talchè trovo in cifra tonda:

$$\frac{H}{H'} = 1,005.$$

Essendo il dislivello fra le due stazioni, ora ridotte alla stessa verticale, di circa 2500 metri, otteniamo come variazione per la H coll'altezza sul livello del mare, per un dislivello di 1000 metri, circa

$$0,002;$$

questo in misura relativa; essendo poi in questa località il valore assoluto della componente orizzontale eguale a 0,215 ne viene per il gradiente della H coll'altezza in unità assolute circa

$$0,0004$$

valore che è in buon accordo con quello 0,0005 trovato al Gran Sasso d'Italia. Resta quindi dimostrato che la componente orizzontale coll'elevarsi della stazione d'osservazione sul livello del mare diminuisce; dalle mie misure risulterebbe che il gradiente di tale diminuzione ha un valore che si approssima molto a 0,0004; dalle misure del Kreil <sup>(1)</sup> risulterebbe invece un valore di 0,00147, da quelle del Liznar <sup>(2)</sup> 0,0003, e, da quelle del Sella <sup>(3)</sup> 0,0002.

M'è gradito dovere infine ringraziare il prof. G. B. Rizzo e il dottore E. Ferrero, che gentilmente mi aiutarono in queste ricerche.

**Fisica.** — *Spettri ultravioletti di un composto tautomero.* Nota del dott. R. MAGINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

<sup>(1)</sup> Denk. der Wien. Ak. 20, pag. 91.

<sup>(2)</sup> Wien. Anz. 1898, pag. 168.

<sup>(3)</sup> Rend. Acc. Lincei, Cl. di sc. fis. ecc., 1° sem. 1896, pag. 40.







